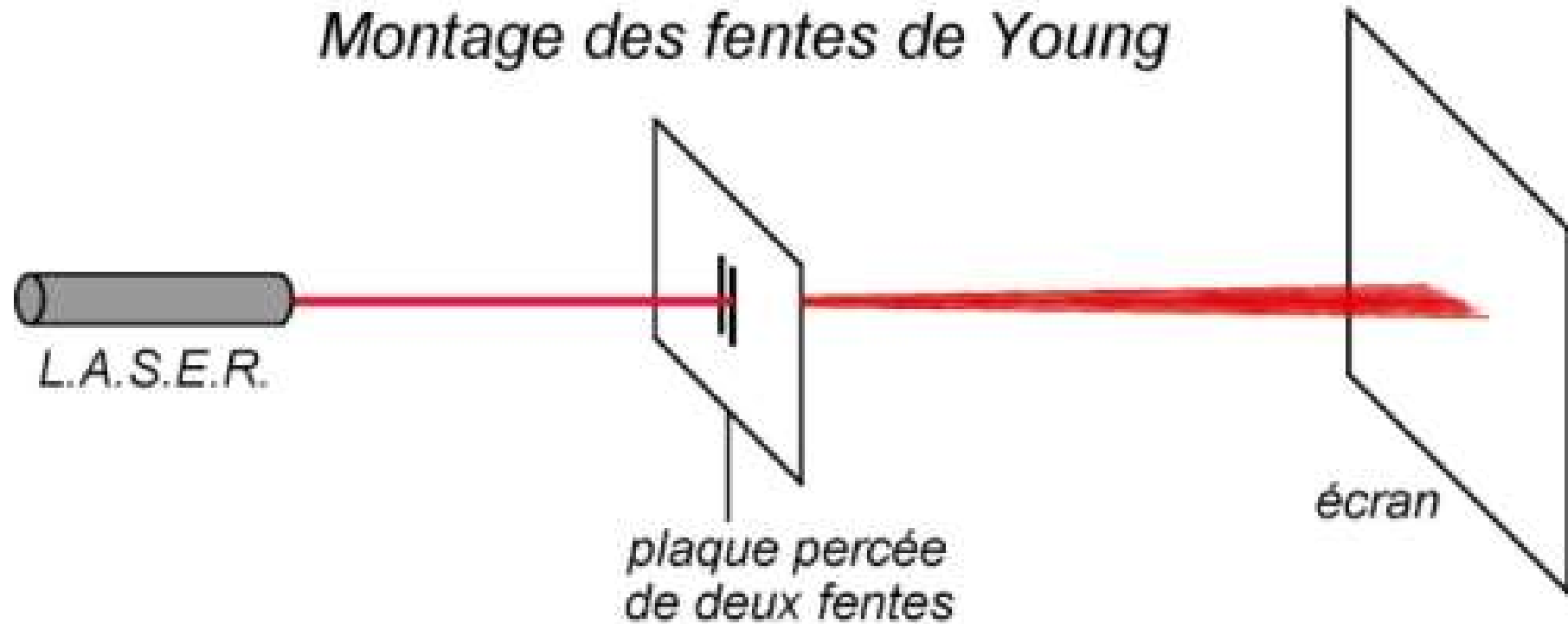


**La science quantique**

**Une vision singulière**

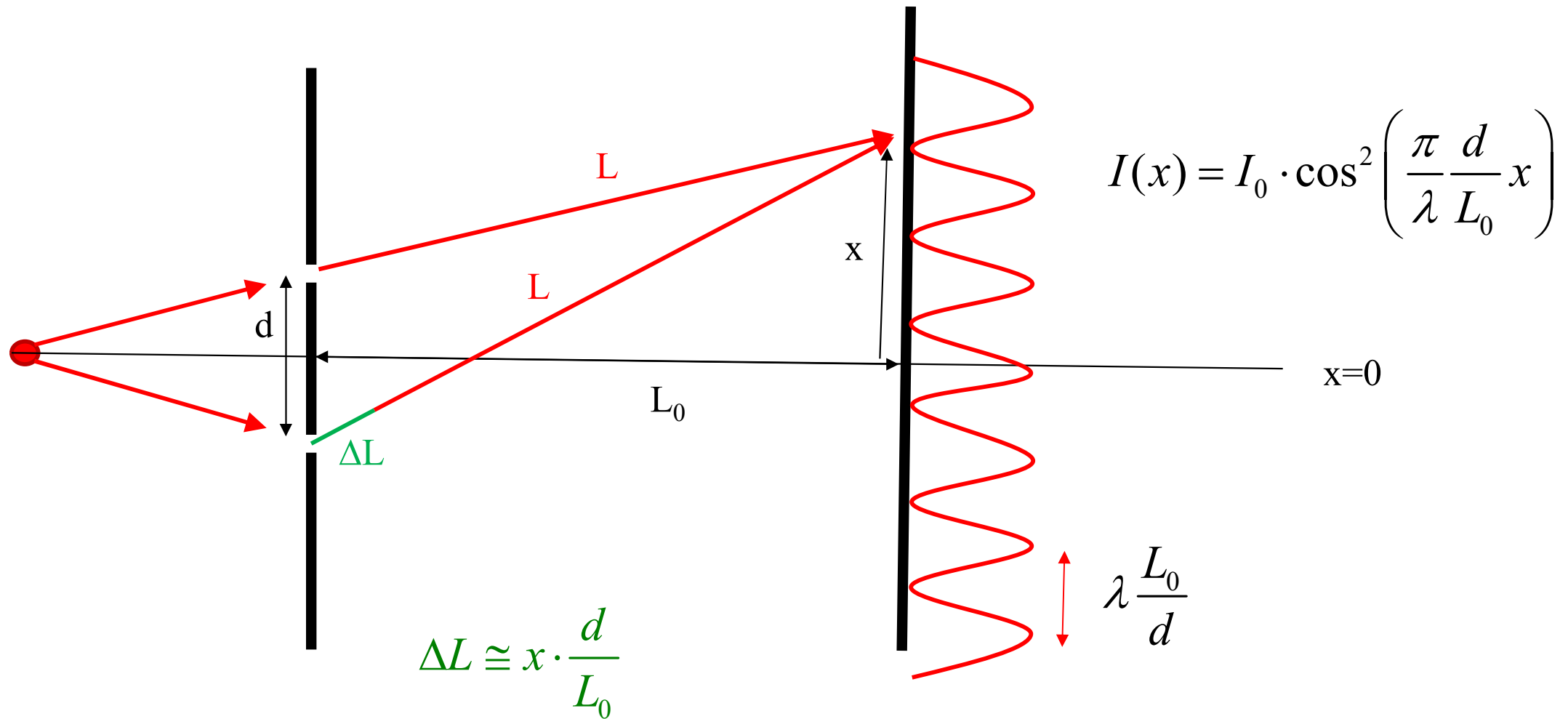
**I) Le photon**

P.A. Besse



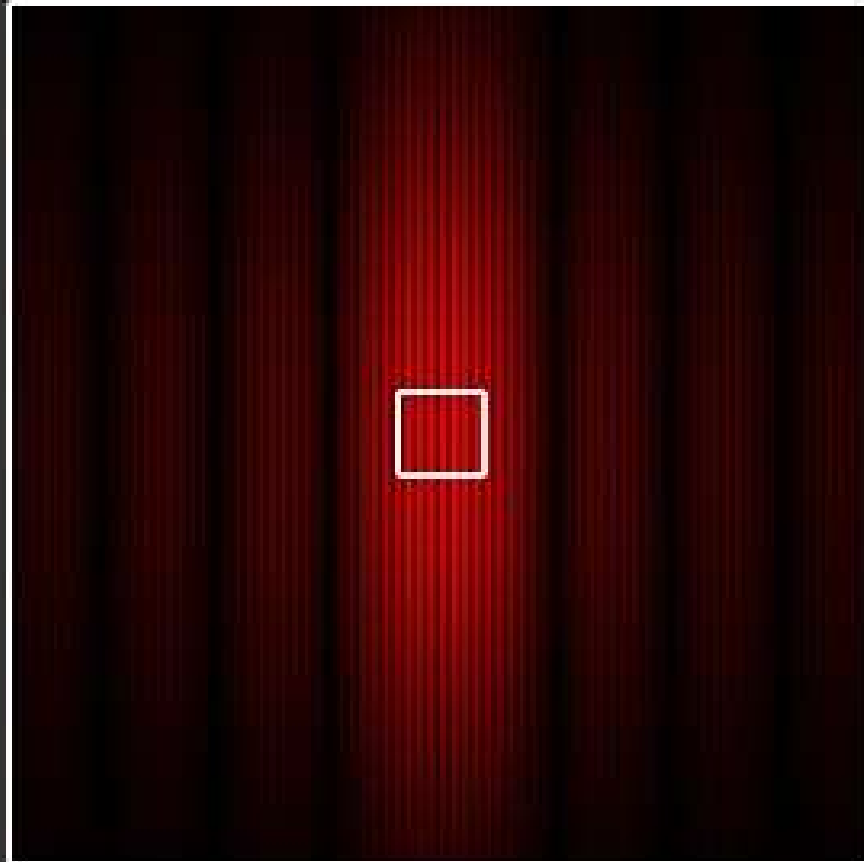
<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

# Interférences: fentes de Young

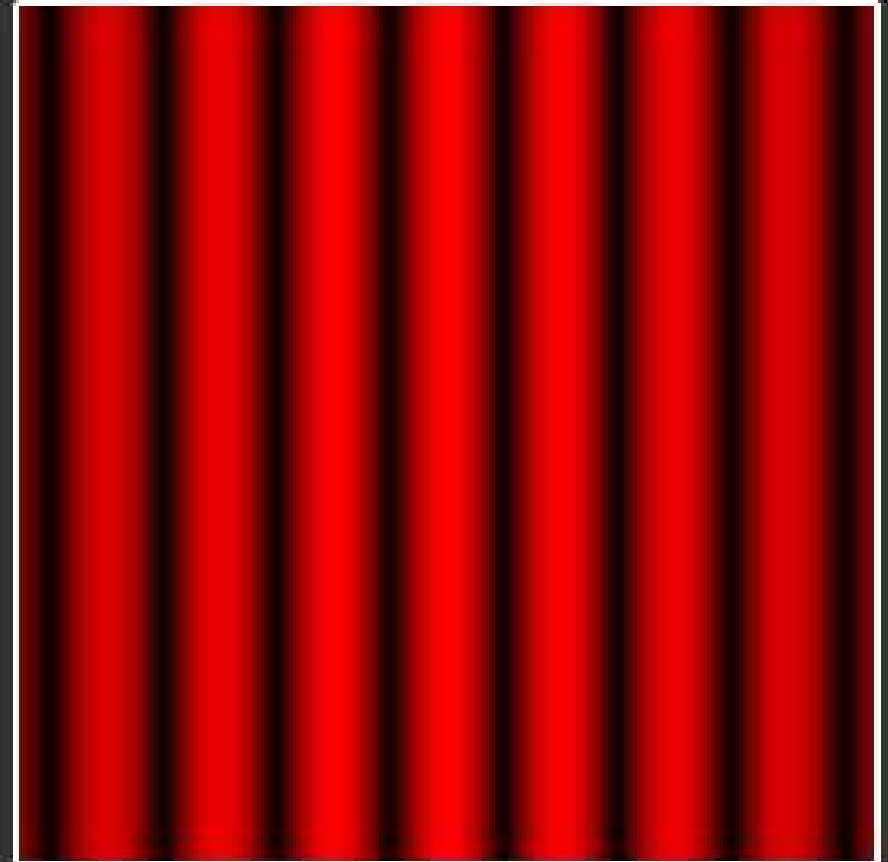


# Interférences: «la lumière est une onde»

Figure d'interférences par fentes de Young



Grossissement de la figure (carré blanc)



<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

<https://www.youtube.com/watch?v=tc6V9B7YjtU>

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$$

$$\text{rot}[\text{rot}(\vec{V})] = \text{grad}[\text{div}(\vec{V})] - \nabla^2 \vec{V}$$

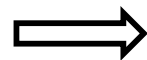
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{M}$$

Dans le vide

$$\rho = 0 \quad \vec{P} = 0$$

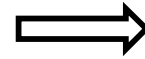
$$\vec{j} = 0 \quad \vec{M} = 0$$



$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \vec{E} - \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E} = 0$$



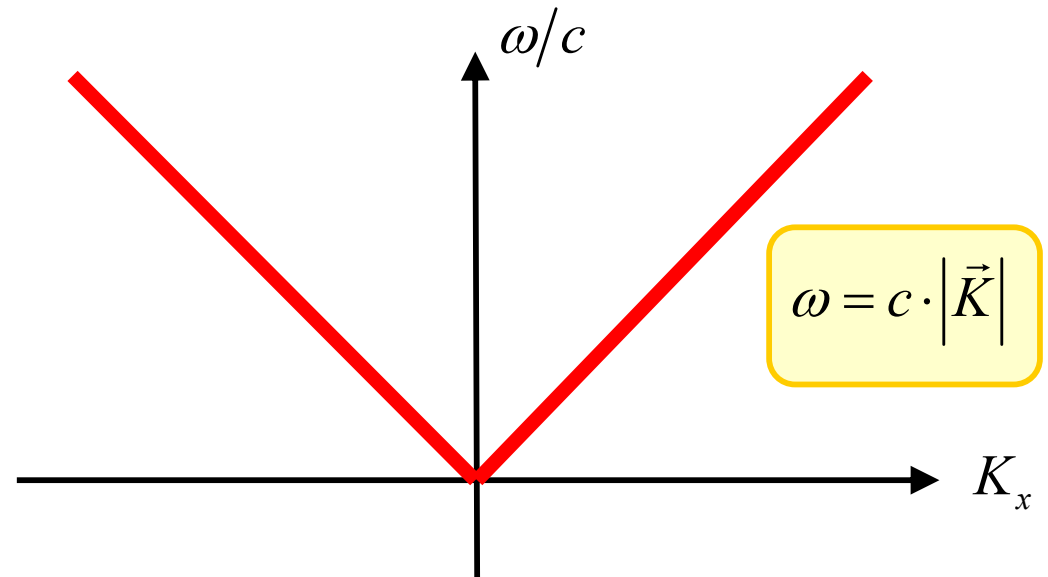
$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

$$\omega = c \cdot \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}$$

Vitesse de phase:  $|v_{ph}| = \omega / |\vec{K}|$

Vitesse de groupe:  $|v_G| = \frac{\partial \omega}{\partial |\vec{K}|}$

$$|v_{ph}| = |v_G| \equiv c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



Fonctions d'onde:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

Relation de dispersion:

$$\omega = c \cdot |\vec{K}| \Rightarrow \lambda \cdot \nu = c$$

Equations d'onde:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Fréquence de l'onde} \\ \text{Vecteur d'onde} \end{array}$$

**«quadri-vecteur»**

# «La lumière est une onde»



MAIS (vers 1900):

- corps noir ...
- effet photoélectrique





**Apparition d'un courant électrique  
que si la longueur d'onde est  
inférieure à une certaine valeur**

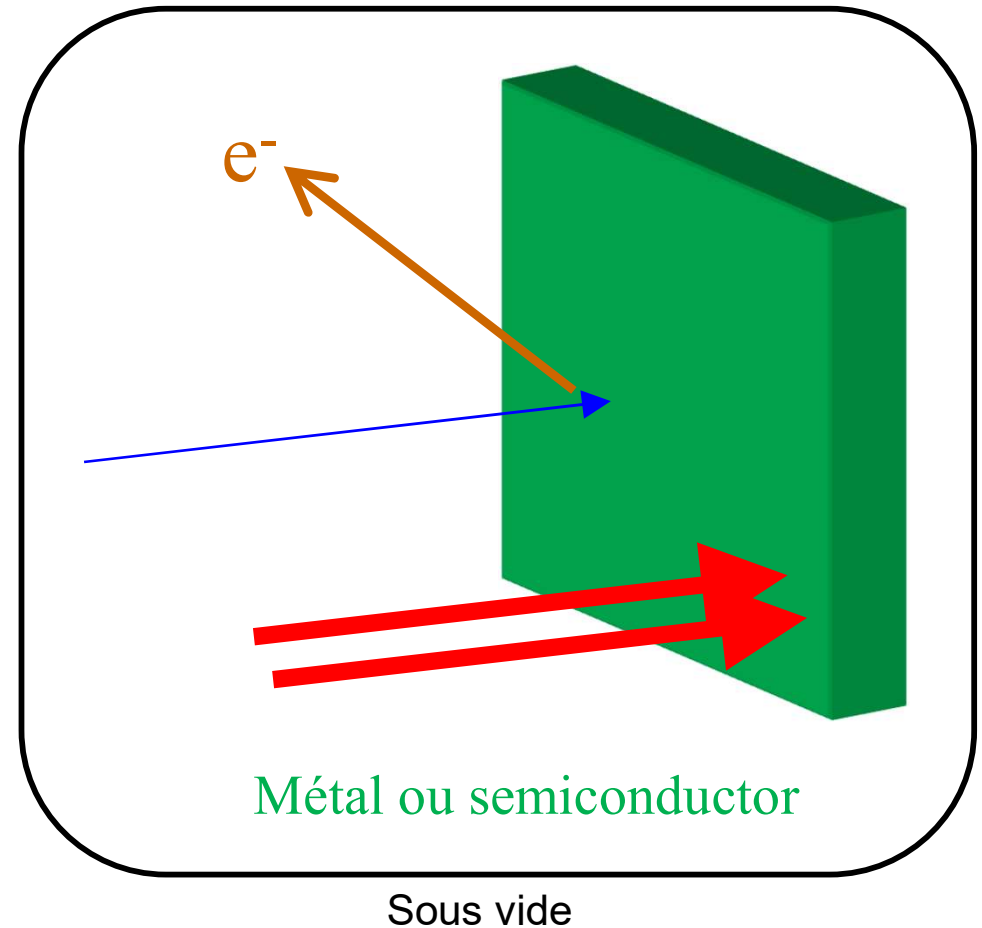


Expérience:

Von Lenard: Nobel Prize 1905

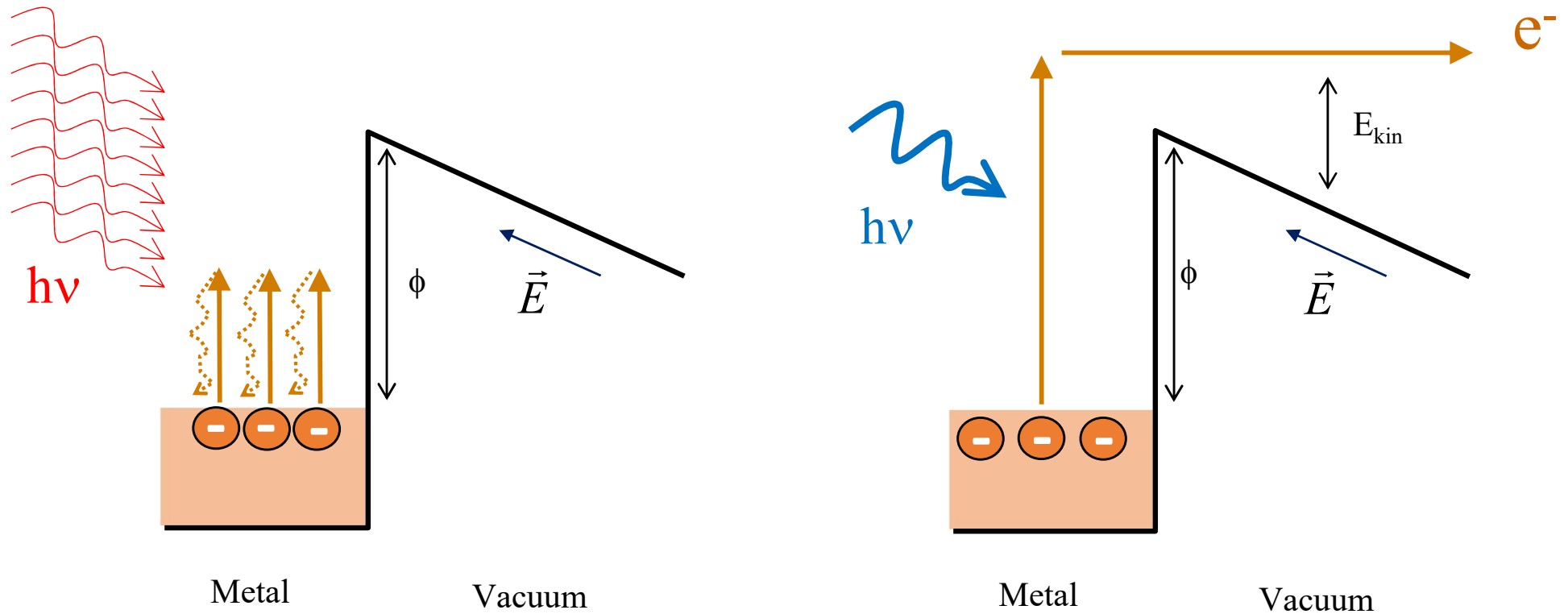
Explication:

A. Einstein: Nobel Prize 1921



# Effet photoélectrique: explication

## la lumière est un flux de particules !



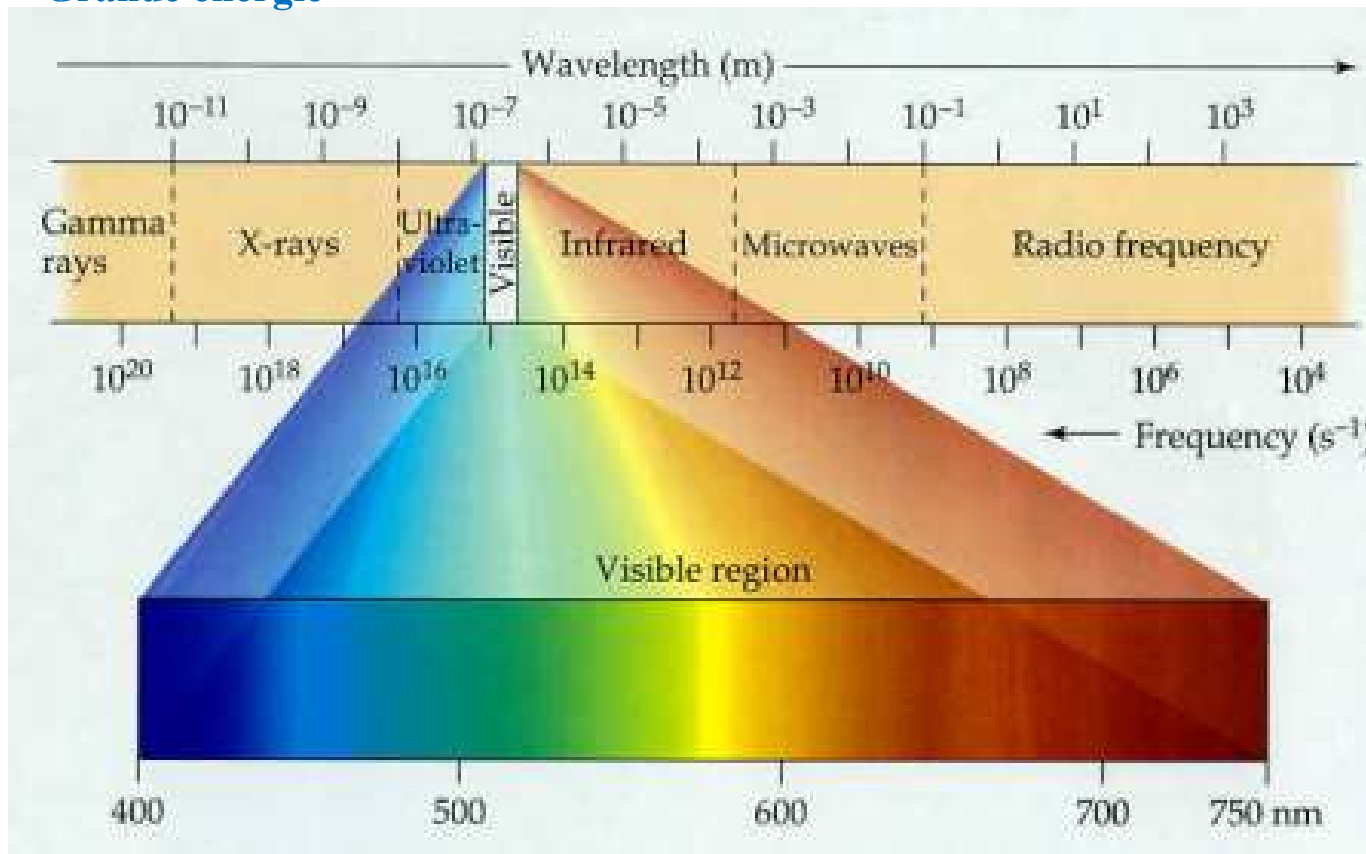
Relation de Planck:  
(explication du corps noir)

$$E = \hbar \cdot \omega$$

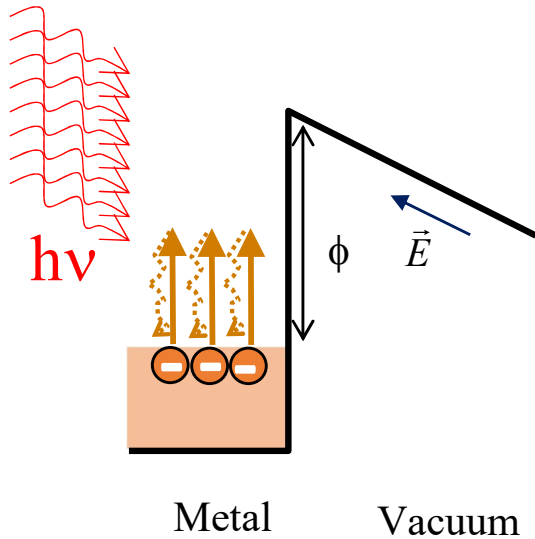
# Rappel: spectre de la lumière

Petite longueur d'onde  
Grande énergie

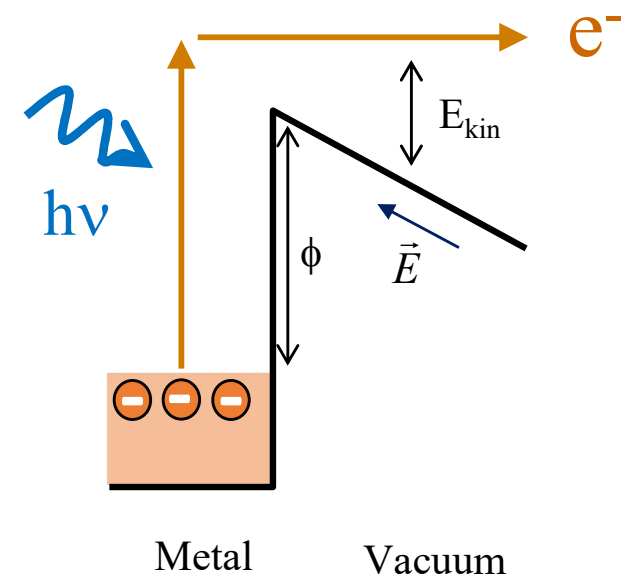
Grande longueur d'onde  
Faible énergie



$$E_{\gamma} = \hbar \cdot \omega = \hbar \cdot c \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$



$$E = \hbar \cdot \omega$$

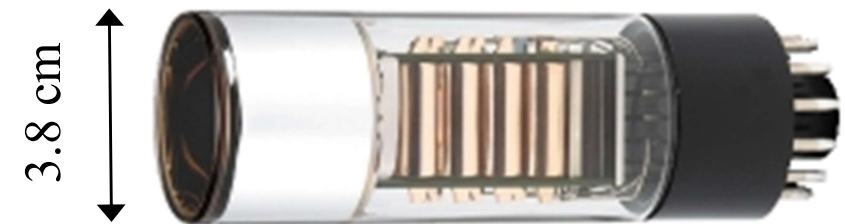
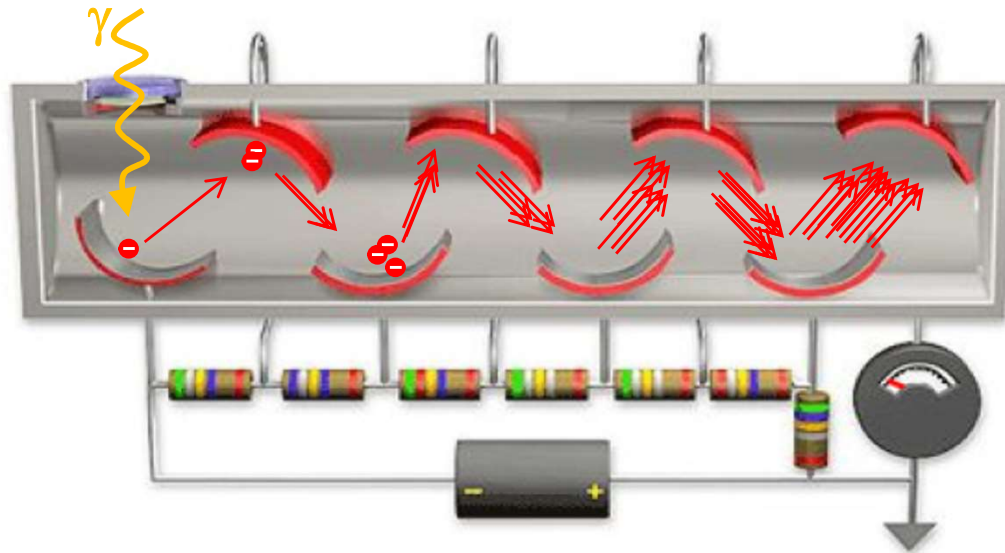


Chauffage par IR



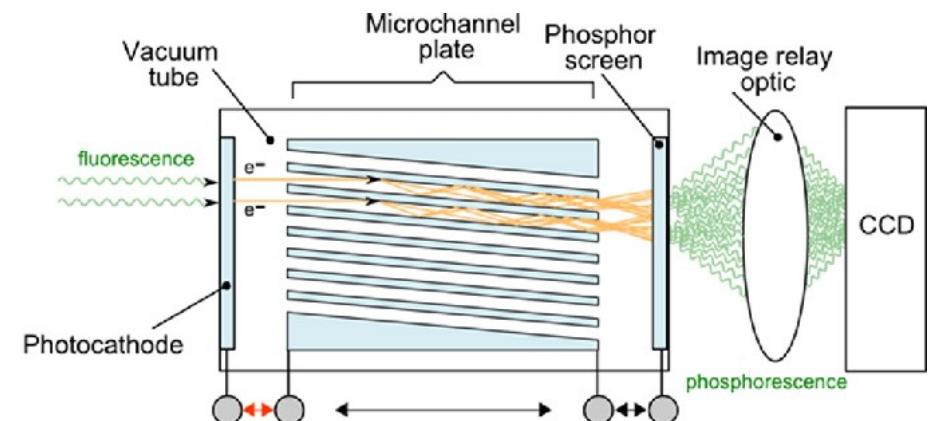
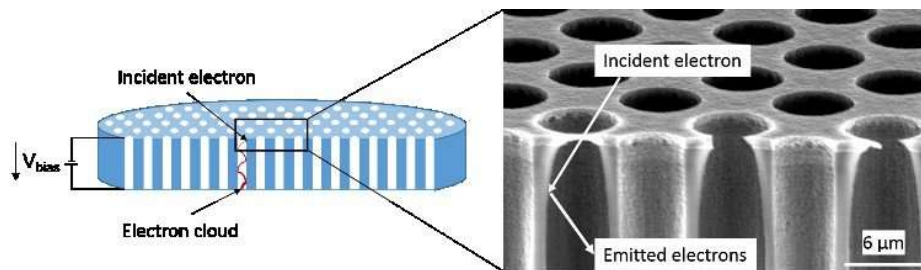
Bronzage dû aux UV

## Photo-Multiplier Tube (PMT)



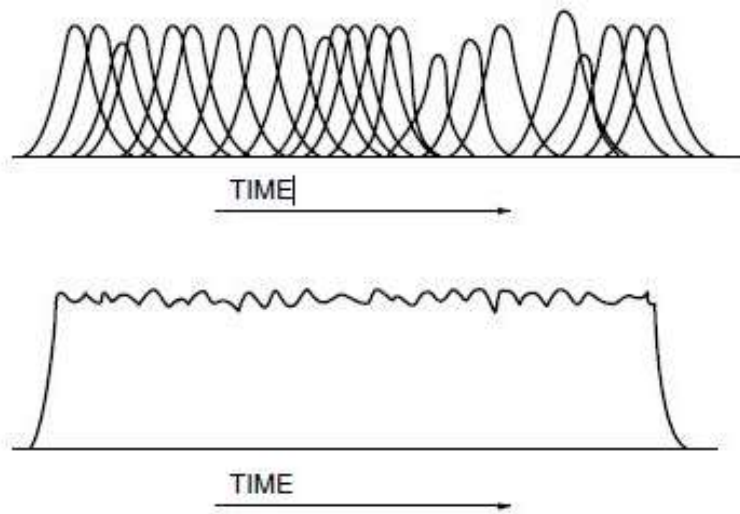
Hamamatsu R580

## 1Mpix PMT camera (Micro Channel Plate)

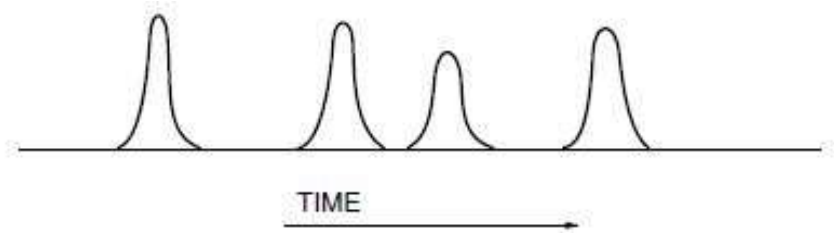


# PMT: Pulse Trains and Output Signal

**Signal with medium illumination**



**Signal with very weak illumination**



Hamamatsu Catalog: Photomultiplier tubes and related products

# Beam splitter en transmission

## Mesures singulières et moyenne

!! Chaque mesure fait s'effondrer l'onde !!  $\Rightarrow$  La moyenne résulte d'un grand nombre de s'effondrements

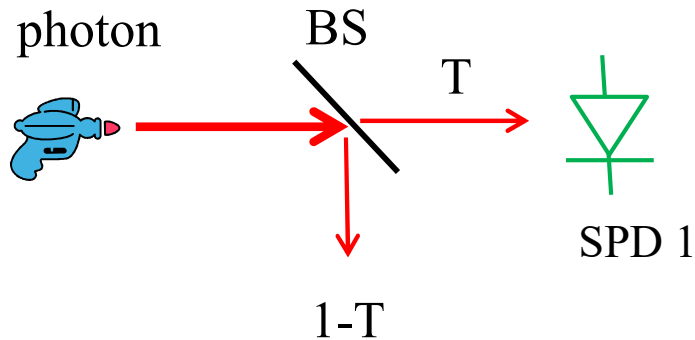
Moyenne:

Mesures singulières:

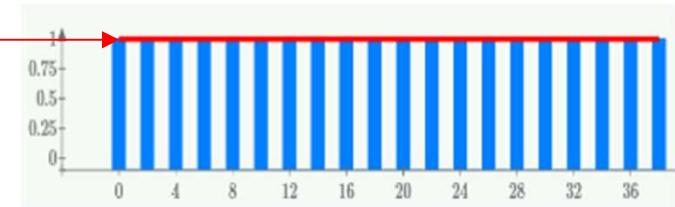


20

Single  
photon

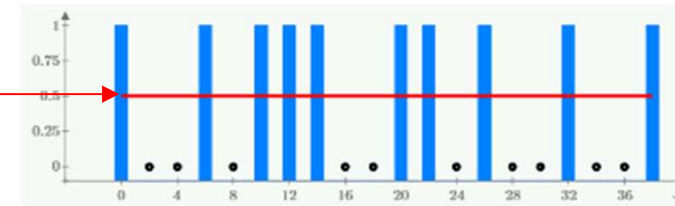


**T=1**



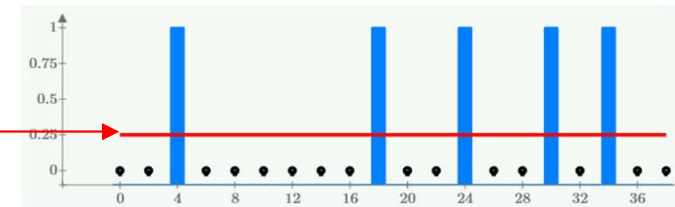
20/20

**T=0.5**



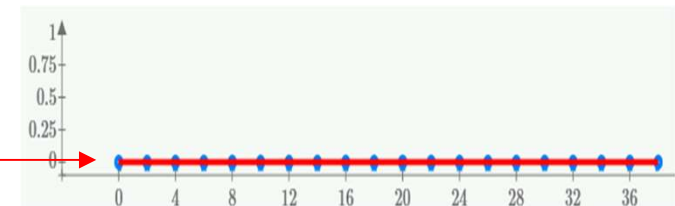
10/20

**T=0.25**

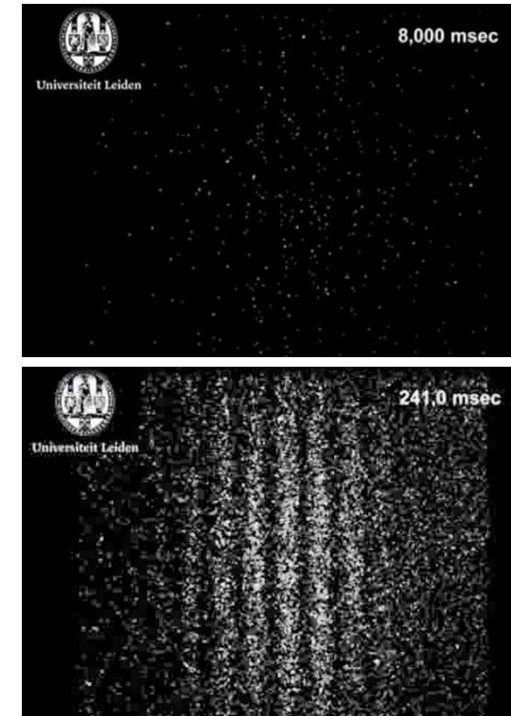
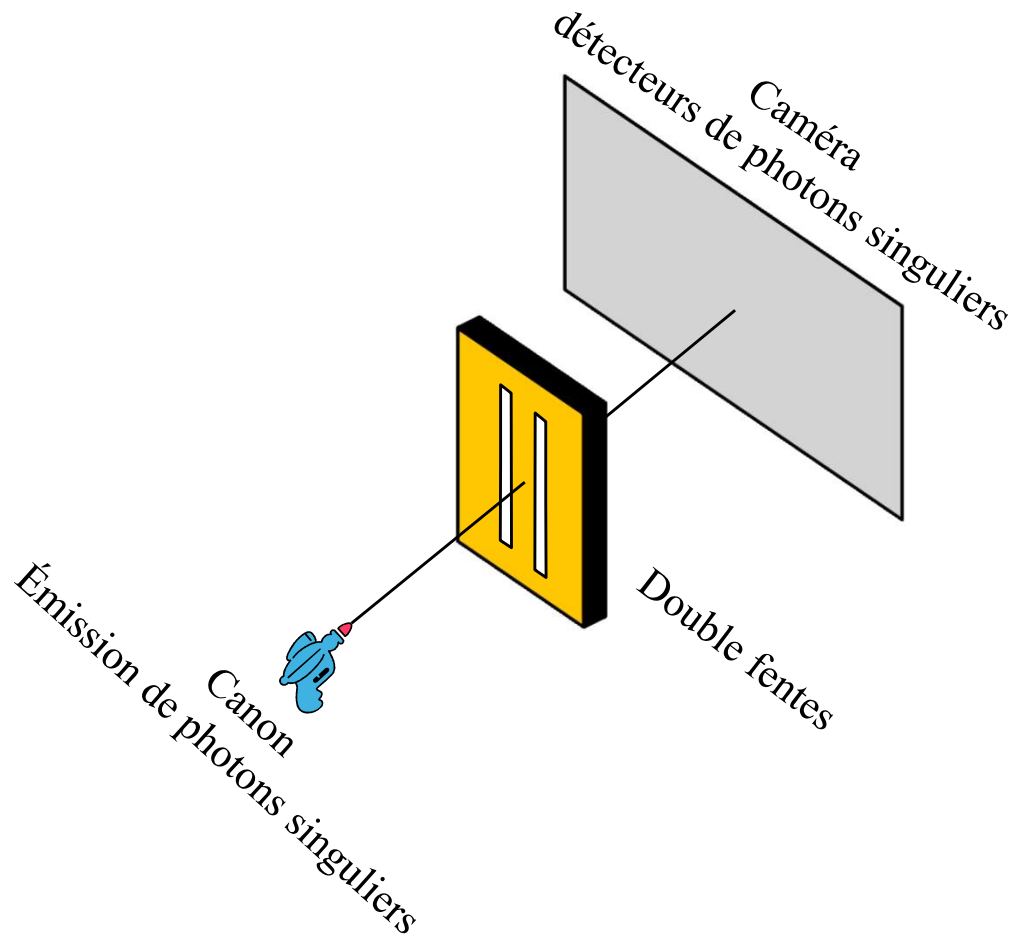


5/20

**T=0**



0/20



D. Dykstra, Leiden University, 2008

<http://www.youtube.com/watch?v=MbLzh1Y9POQ>



- **Un seul détecteur réagit à la fois**
- **Les lignes d'interférences se retrouvent dans l'histogramme**

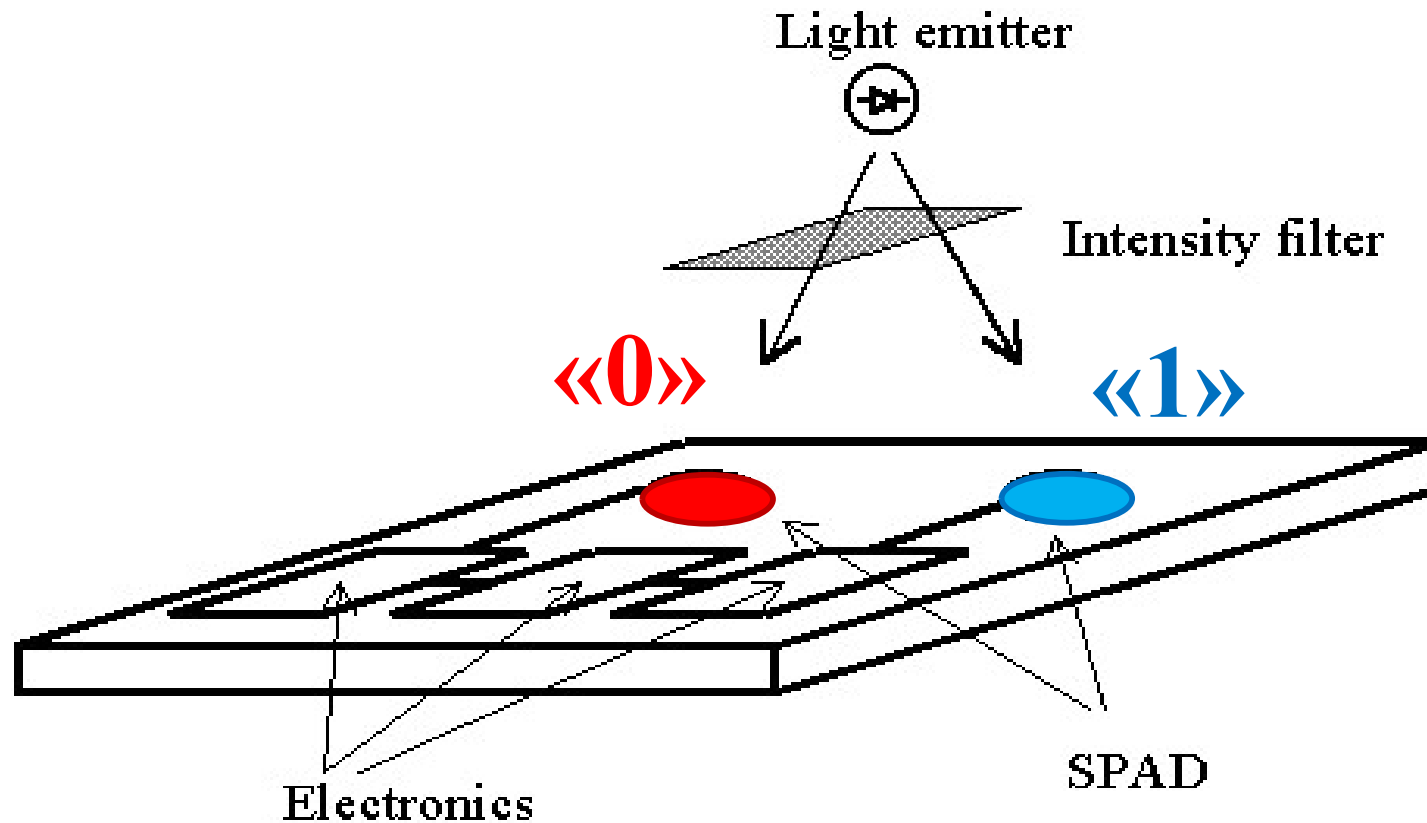
**Vision «particule»**

Problème: **Comment une seule particule (locale) peut-elle connaître la présence des deux fentes ?**

**Vision «ondulatoire»:**

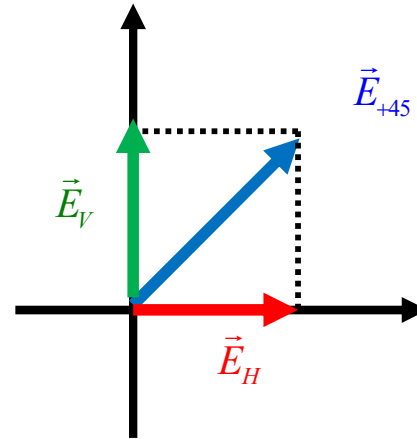
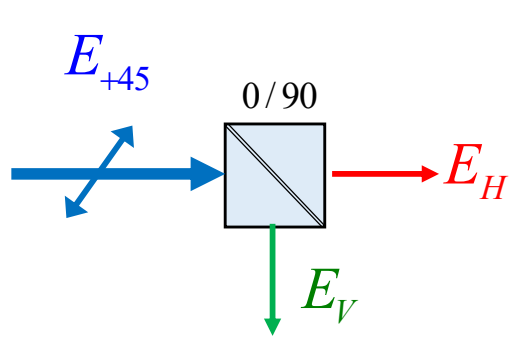
Problème: **Comment expliquer la projection de l'onde (globale) sur un seul détecteur (local) ? «Collapse de l'onde»**

# 3<sup>ème</sup> expérience: Quantum Random Number Generator

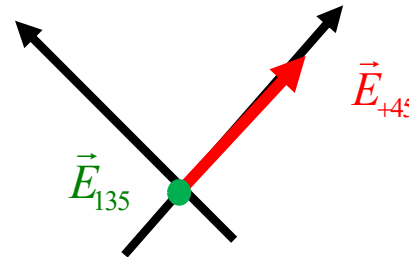
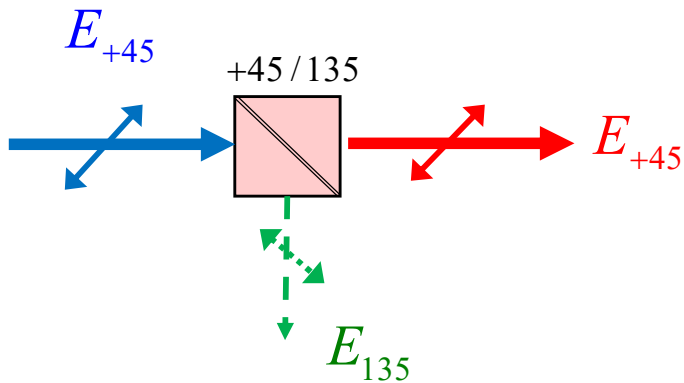


CTI project with IdQuantique SA, Genève.

# 4<sup>ème</sup> expérience: Polarisation: vision classique



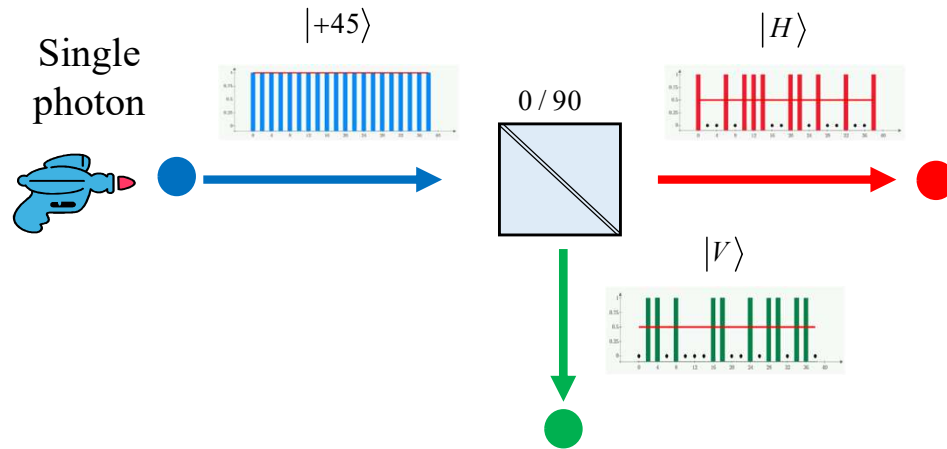
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_H + \vec{E}_V$$



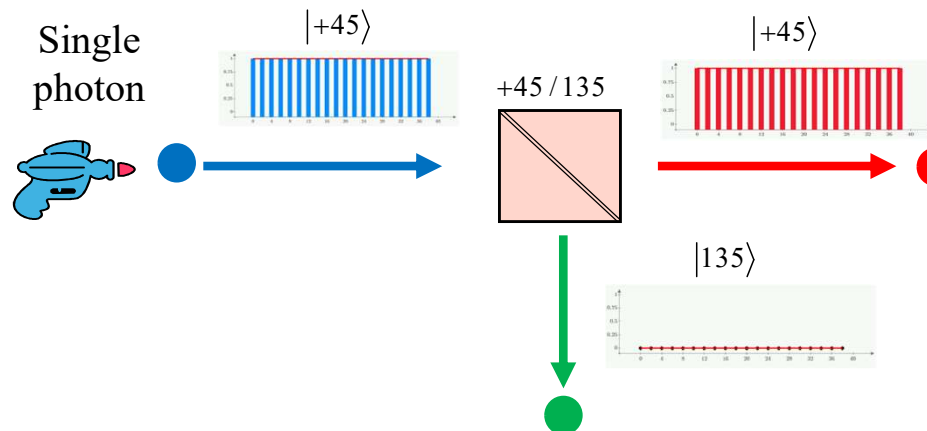
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_{+45} + \vec{E}_{135}$$

Le champ électrique entrant se projette et se décompose  
et selon les axes de base de l'appareil de mesure.

# Polarisation: vision quantique: single photon



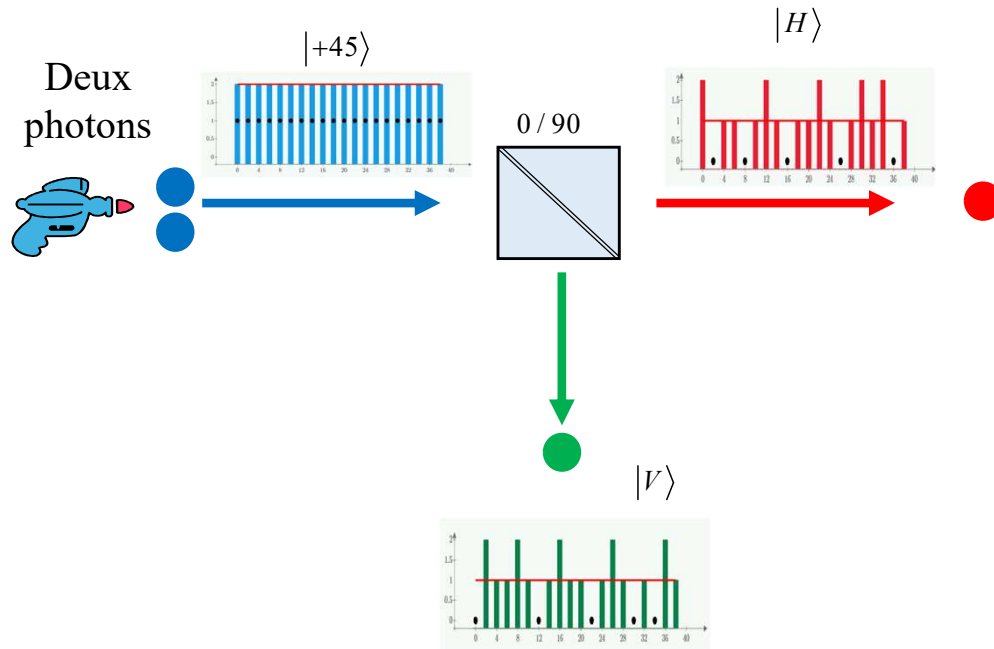
$$|+45\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |H\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |V\rangle$$



$$|+45\rangle = 1 \cdot |+45\rangle + 0 \cdot |135\rangle$$

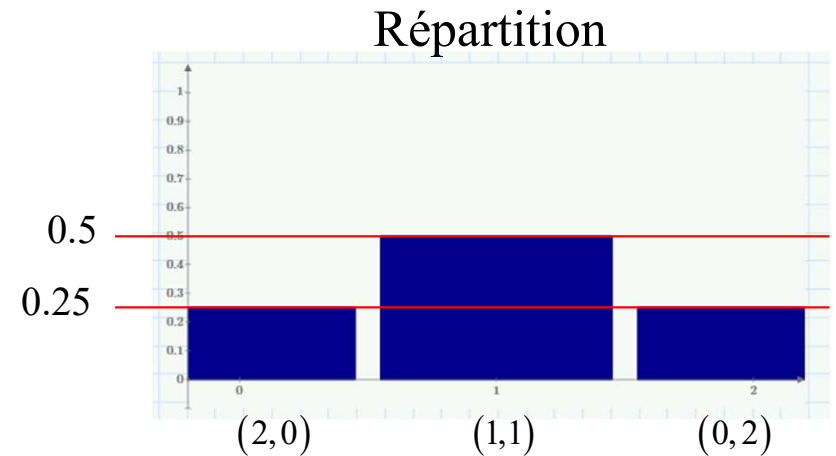
Les photons entrants se répartissent et se transforment  
en photons de base de l'appareil de mesure.

# Polarisation: vision quantique: deux photons identiques et simultanés



??? Quelle explication ???

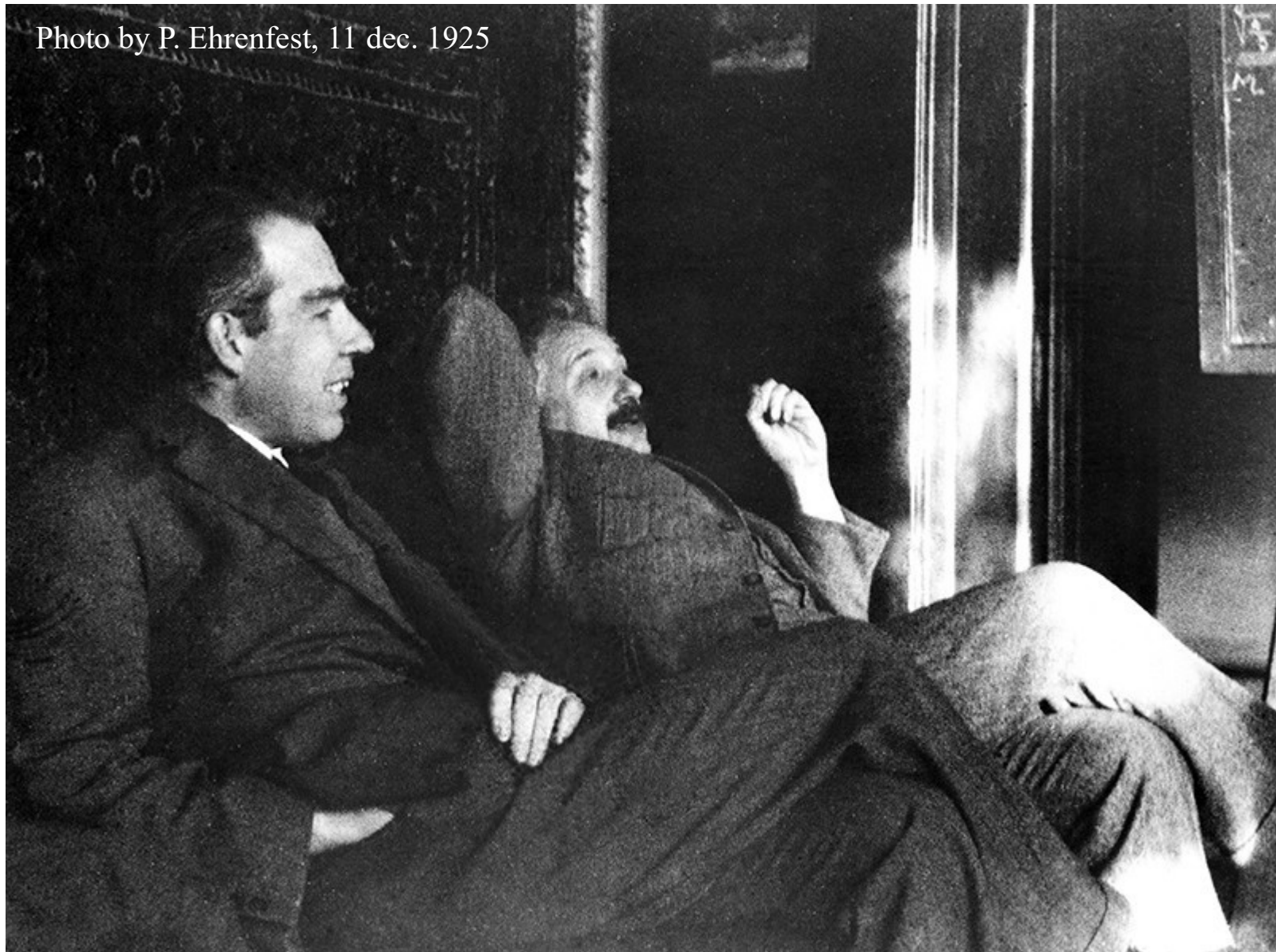
→ Chapitre 10





Uderzo: Cetautomatix / Ordralfabetix

... de physiciens ... et de philosophes !



## Vision déterministe (Einstein):

(théorie de l'onde pilote et du potentiel quantique, De Broglie, Bohm)

### God does not throw dice

- Avant la mesure, la particule est déjà déterminée mais elle nous est encore inconnue.
- La mesure nous révèle certaines de ses caractéristiques déterminées à l'avance.

## Vision «probabiliste» (Bohr):

### Stop telling God what to do

- Avant la mesure le système physique n'est constitué que d'ondes de probabilités et la notion de particule n'a pas de sens.
- La mesure seule donne un sens à la notion de photon qui n'existe qu'une fois la mesure effectuée.



Avant la mesure la lumière est une onde de probabilité décrite par une fonction d'onde: une superposition d'états (un «paquet d'ondes»).

Son intensité (carré de sa norme) donne la probabilité de détecter un photon en un point de l'espace

Lorsqu'elle interagit avec la matière,  
l'onde lumineuse «collapse» et  
se projette sur un mode propre du détecteur («photon»).

# Le chat de Schroedinger: une superposition quantique

## Mécanique Classique

1 : Le chat est mis dans la boîte



2 : Le temps passe

Le chat est



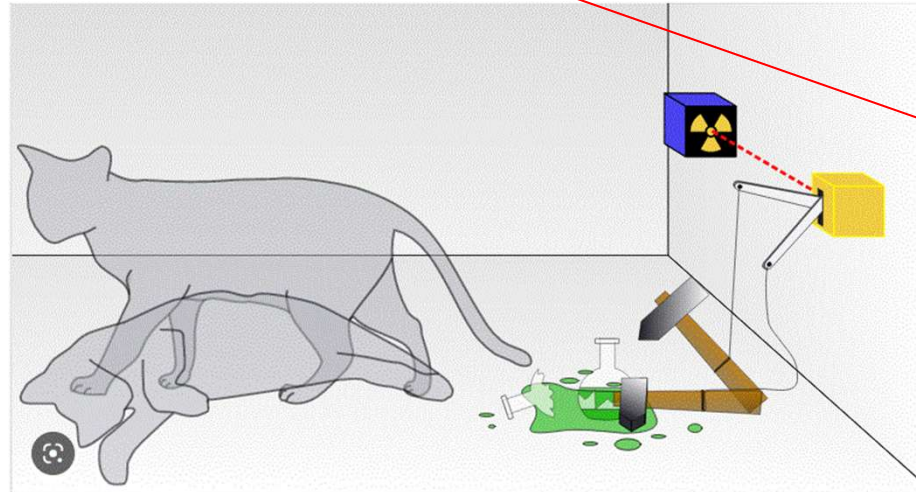
OU



vivant

mort

## Superposition quantique



## Mécanique Quantique

1 : Le chat est mis dans la boîte



2 : Le temps passe

Le chat est



incertitude  
quantique

principe de  
superposition

mort ET vivant



3 : Un observateur ouvre la boîte

Le chat est



OU



vivant

mort

L'observateur fixe l'état du chat

**La lumière se propage comme une onde**

Paramètres d'une onde:

$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$ 
Fréquence de l'onde  
Vecteur d'onde

**«quadri-vecteur»**

**La lumière interagit comme une particule  
( «le photon» )**

Paramètres d'une particule:

$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$ 
Energie de la particule  
Impulsion de la particule

**«quadri-vecteur»**

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Fréquence de l'onde} \\ \text{Vecteur d'onde} \end{array}$$

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Energie de la particule} \\ \text{Impulsion de la particule} \end{array}$$

«quadri-vecteur»



Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Fréquence de l'onde  
Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$$

Energie de la particule  
Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»



Nobel 1929

Relation de De Broglie

## Effet Compton Choc photon - électron

a) Conservation de l'impulsion en x

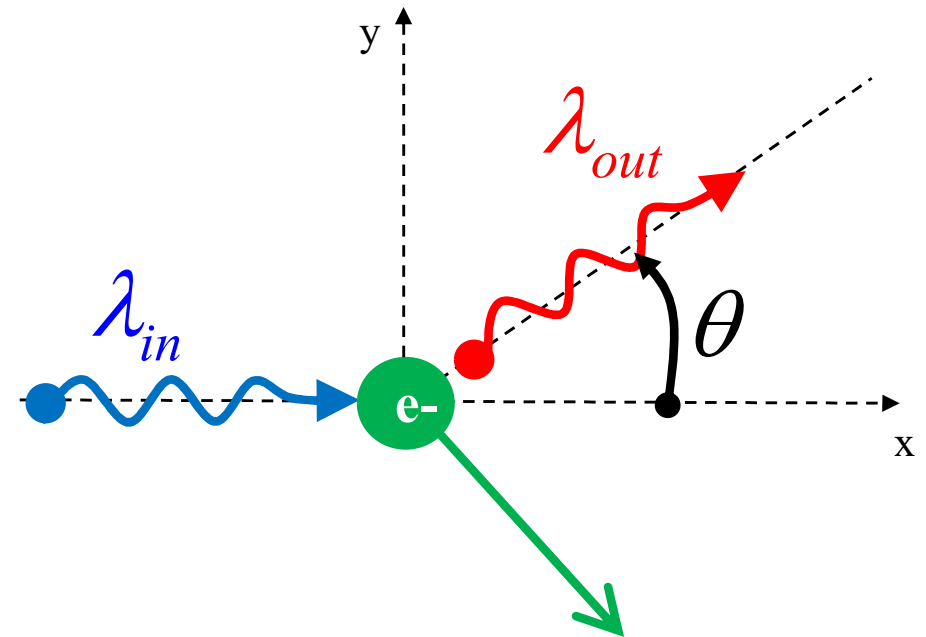
$$P_{in} - P_{out} \cos(\theta) = \Delta P_x$$

b) Conservation de l'impulsion en y

$$P_{out} \sin(\theta) = \Delta P_y$$

c) Conservation de l'énergie relativiste

$$c \cdot P_{in} + m_e c^2 = c \cdot P_{out} + \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 (\Delta P_x^2 + \Delta P_y^2)}$$



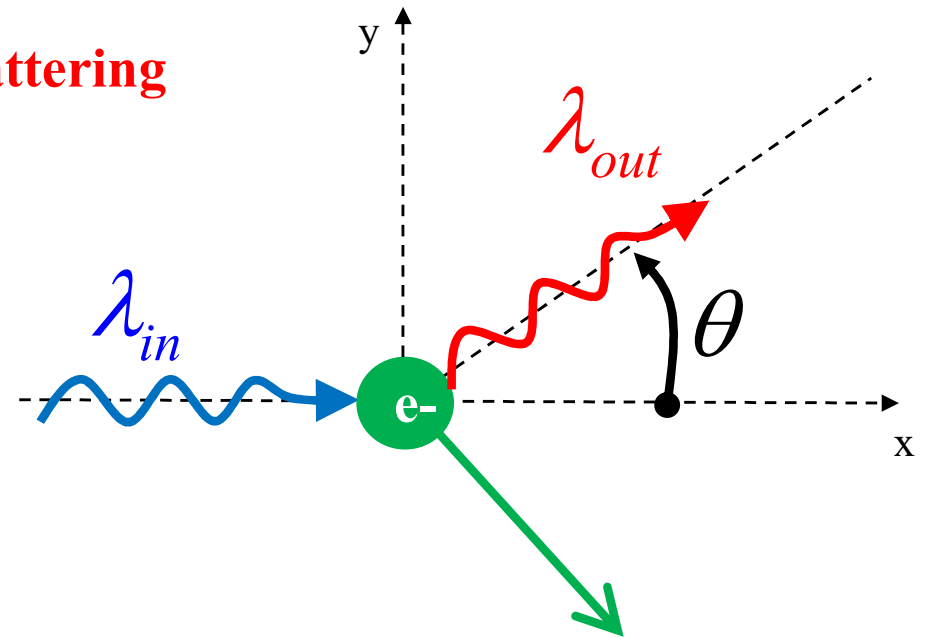
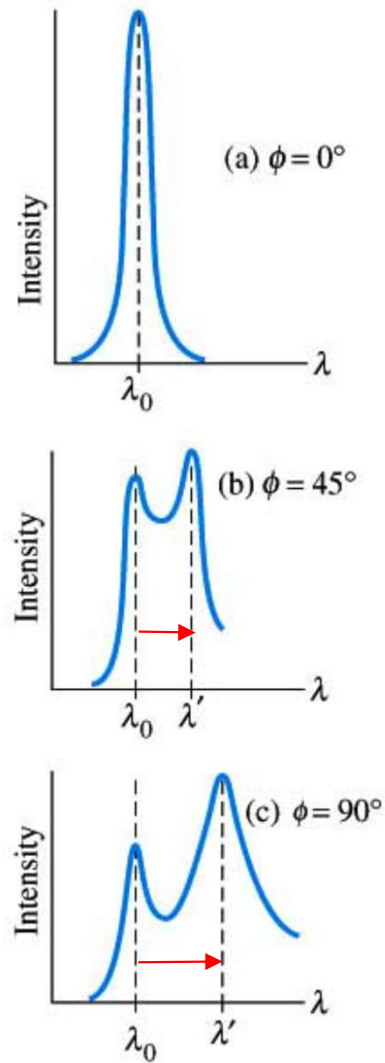
$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$



Arthur Compton, Nobel 1927

# Effet Compton

L'énergie du photon diffusé  
dépend  
de l'angle de scattering



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$

## Voile solaire

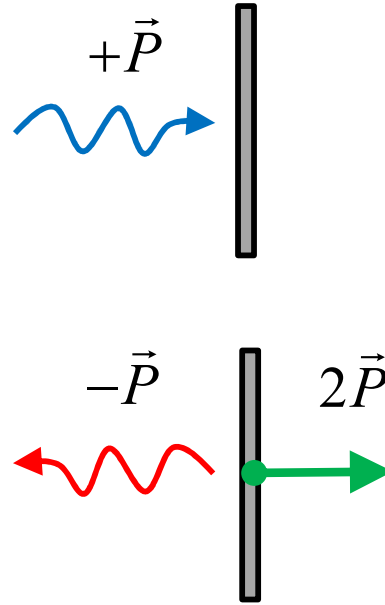


- Photons
- Vent solaire



# Question de réflexion

La voile a gagné en énergie !  
D'où provient cette énergie



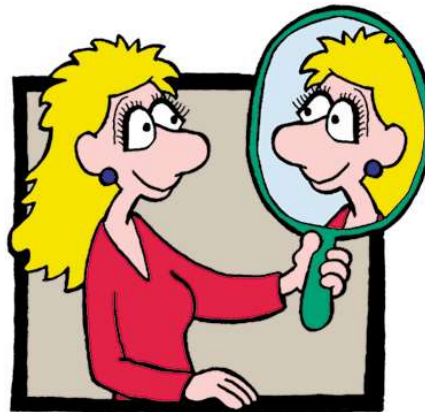
Compton

$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{M \cdot c} \cdot 2$$

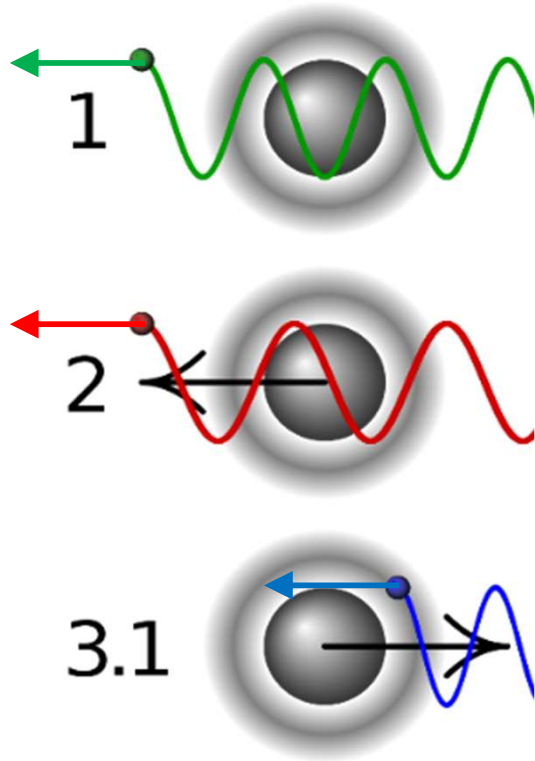
Réflexion sur un miroir ?



© 2004 persolog GmbH



Cohen-Tannoudji, Chu et Phillips. Nobel 1997

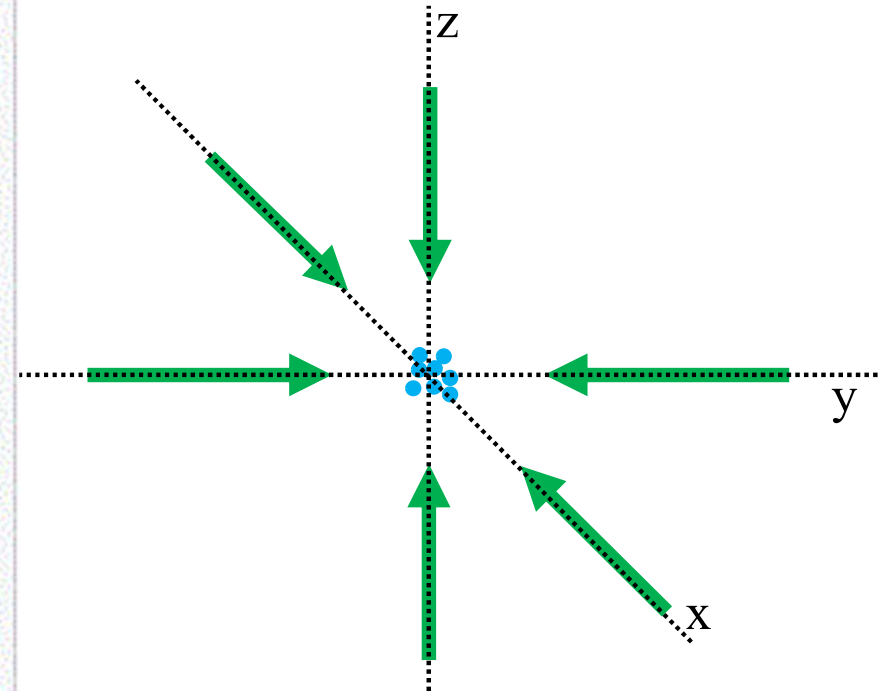


Principe du refroidissement

Doppler d'un atome:

- 1 Atome immobile: le photon incident a une fréquence plus faible que celle de la transition électronique, pas d'absorption.
- 2 Atome allant dans le même sens que le photon incident: la fréquence de ce dernier apparaît encore plus décalée vers le rouge, pas d'absorption du photon.
- 3.1 Atome allant dans le sens opposé à celui du photon incident: ce dernier a une fréquence *décalée vers le bleu*, plus proche de la fréquence de résonance, l'absorption du photon devient possible.

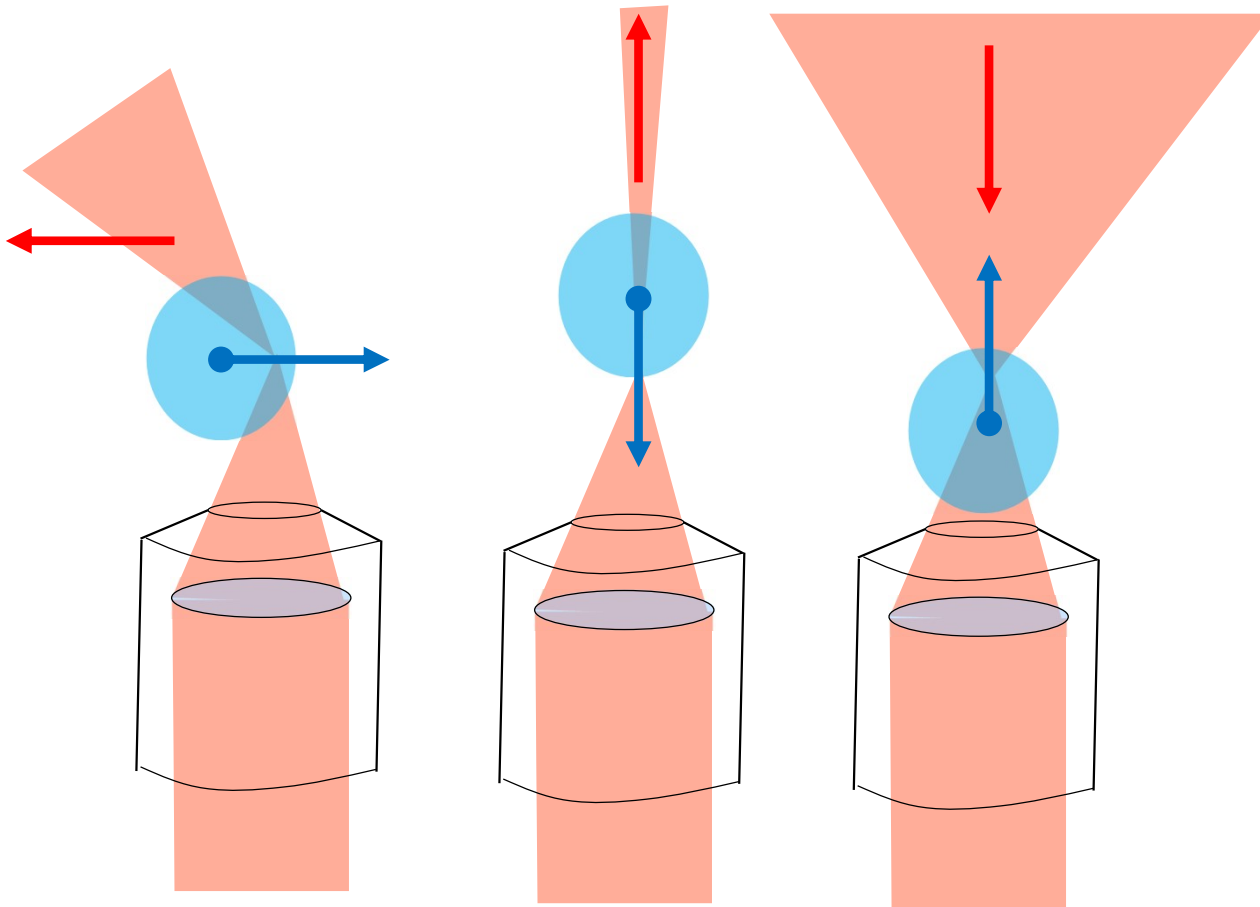
## Atom trapping en 3D



Horloge atomique

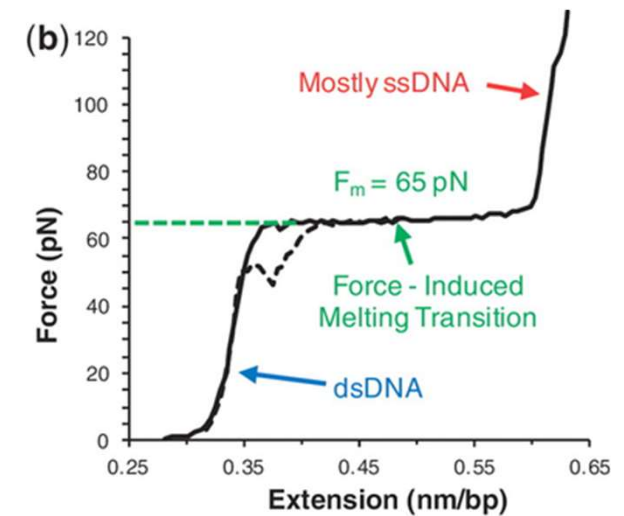
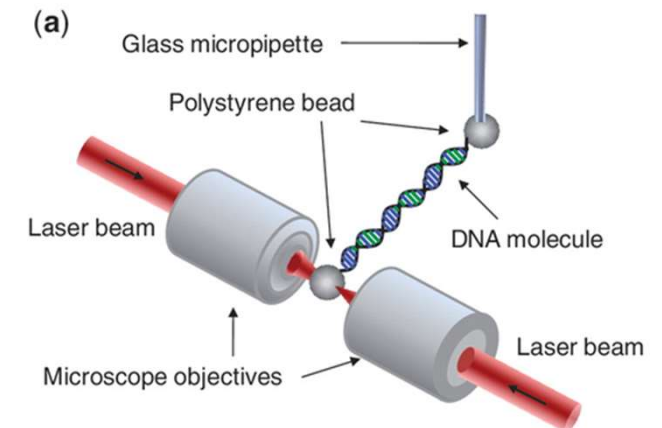
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement\\_Doppler](https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_Doppler)

## Principe: conservation de l'impulsion



La bille diélectrique est repoussée vers le point focal

## Recherche sur l'ADN



Nucleic Acids Research, 2012, Vol. 40, No. 11 4925–4932

# Résumé pour les photons

Amplitude:

$$\mu(\vec{x}, t)$$

$$\begin{aligned} &E_x, E_y, E_z \\ &D_x, D_y, D_z \\ \mu = &B_x, B_y, B_z \\ &H_x, H_y, H_z \\ &\varphi, A_x, A_y, A_z \end{aligned}$$

Relation de dispersion:

$$E^2 = c^2 \cdot (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$$

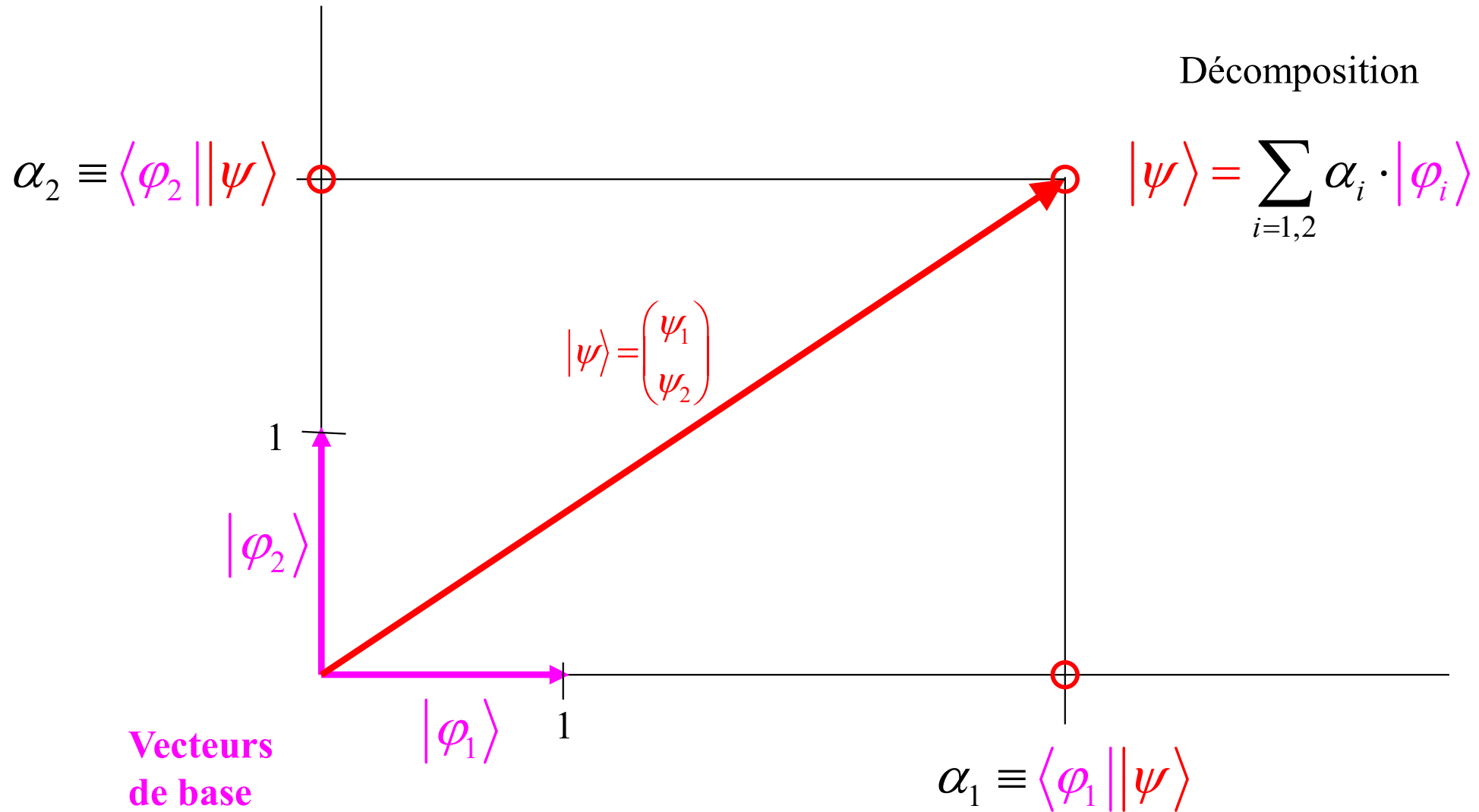
Equation d'onde de Maxwell:

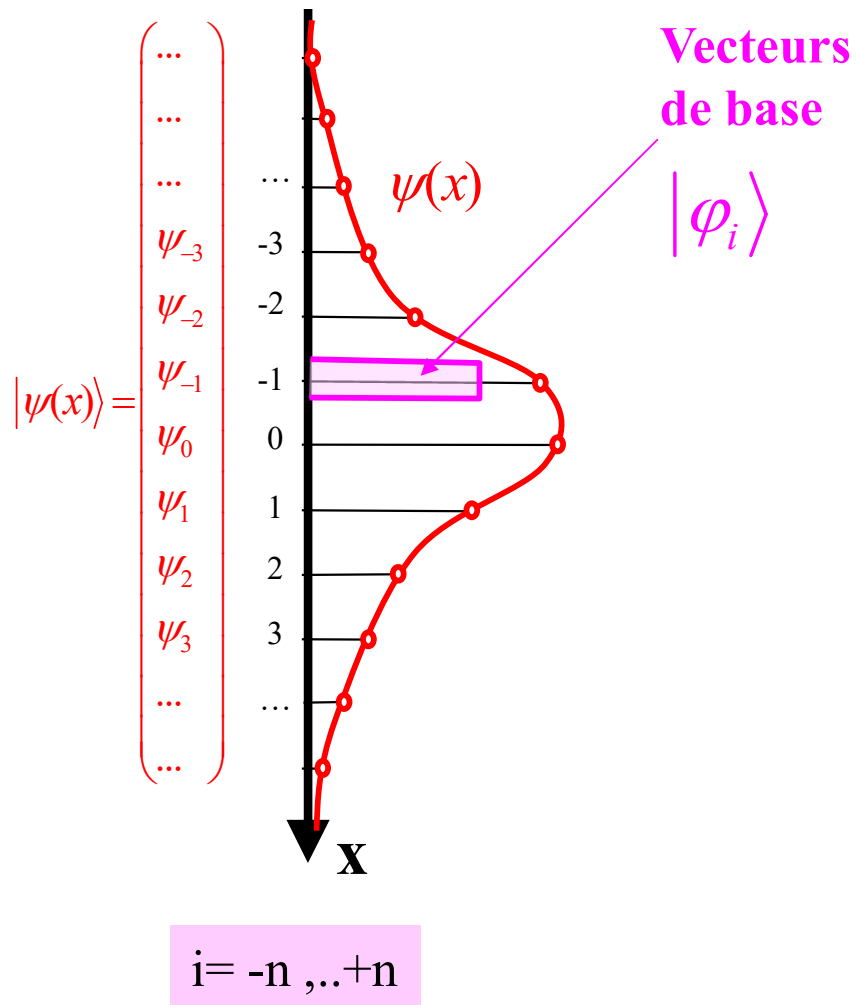
$$\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \mu = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mu$$

Paramètres onde-particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

# Superpositions et Transformée de Fourier





Produit scalaire:

$$\alpha_i \equiv \langle \varphi_i | \psi \rangle = \int \varphi_i^*(x) \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Conjugué complexe

Décomposition

$$|\psi\rangle = \sum_{i=-n}^{+n} \alpha_i \cdot |\varphi_i\rangle$$

Propagation d'un signal optique  
«paquet d'ondes gaussiennes»  
  
et  
  
incertitudes «minimales»



- 1) Déterminer les modes globaux normés du système et leurs fréquences  $\omega_n$  (énergies  $E_n$ )**
- 2) Projeter le mode d'entrée (au temps  $t=0$ ) sur ces modes globaux (produit scalaire entre le mode d'entrée et chaque mode global)**
- 3) Propager chaque mode global dans le temps  $t>0$  avec sa fréquence propre  $\omega_n$**
- 4) Additionner (laisser interférer) tous les modes propres après leur propagation.**

# Signal dans le vide: Modes globaux = modes de Fourier

Modes de Fourier:

$$|\varphi_n\rangle \cong e^{iK_n x}$$

Coefficients de Fourier:

$$\alpha_{K_n} \equiv \langle \varphi_n | \psi \rangle \cong \int e^{-iK_n x} \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Transformée  
de Fourier

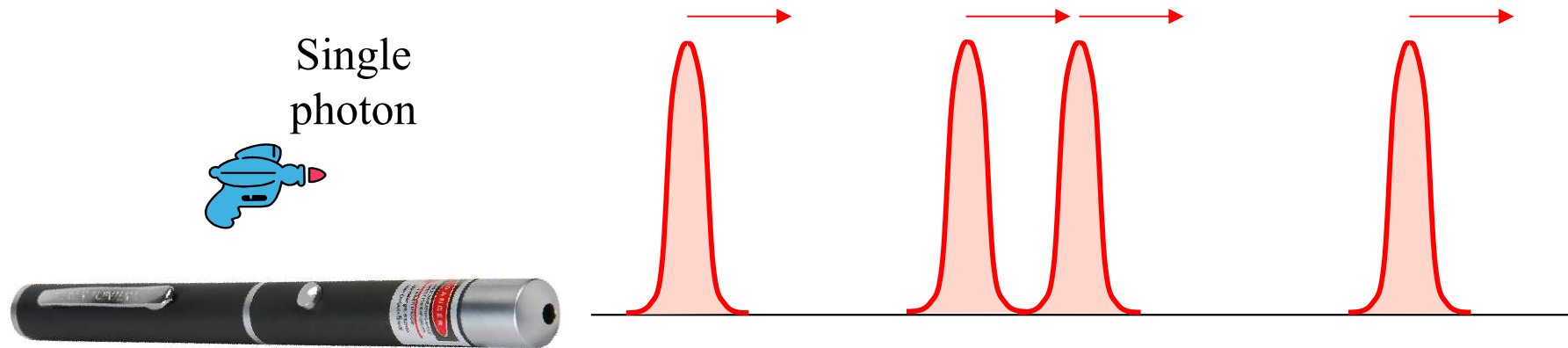


$$|\psi\rangle = \sum_n \alpha_{K_n} \cdot |\varphi_n\rangle$$

Transformée  
de Fourier inverse

$$|\psi\rangle \cong \int_K \alpha_K \cdot e^{iKx} \cdot dK$$

# Paquet d'ondes : «bit optique» dans le vide



$\lambda_0$

Porteuse

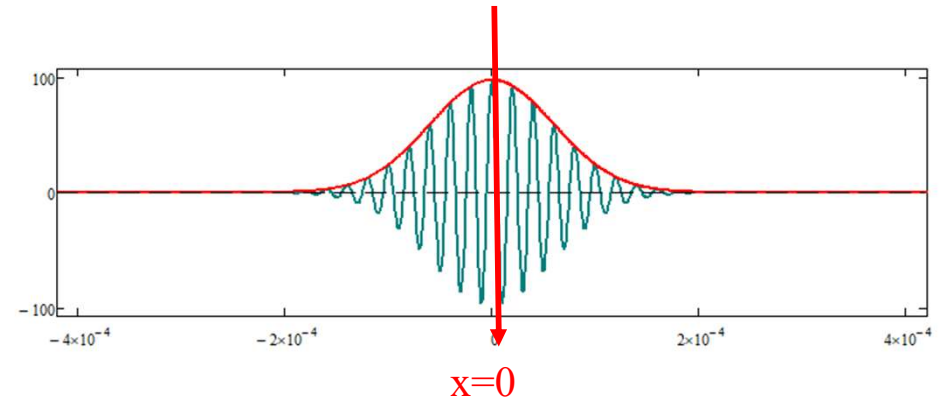
$$\lambda = 600 \text{ nm} \cdots (\text{rouge}) \Rightarrow \nu \cong 500 \text{ THz}$$

Amplitude en t=0

Enveloppe

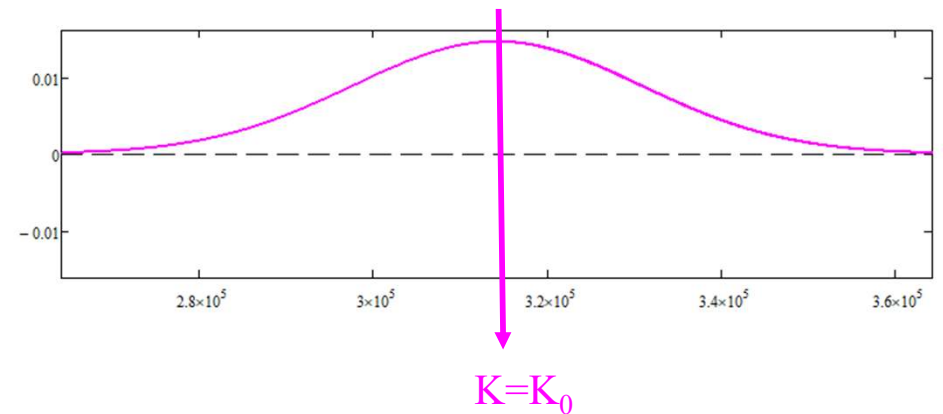
$$u_0(x, 0) = \left( \frac{1}{\pi \cdot \sigma^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0 x}$$

Porteuse



1-2) Transformée de Fourier en t=0

$$\alpha(K, 0) = \left( 4\pi\sigma^2 \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2 (K-K_0)^2}{2}}$$



Variance en x:  $\sigma_x^2 = \sigma^2$

Variance en K:  $\sigma_K^2 = 1 / \sigma^2$

## 3) Propagation dans l'espace de Fourier

$$\alpha(K, t) = \left(4\pi\sigma^2\right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(K-K_0)^2}{2}} \cdot e^{-i\omega t} \quad \text{avec} \quad \omega = K \cdot c$$

Propagation

## 4) Retour dans l'espace x par transformée de Fourier inverse:

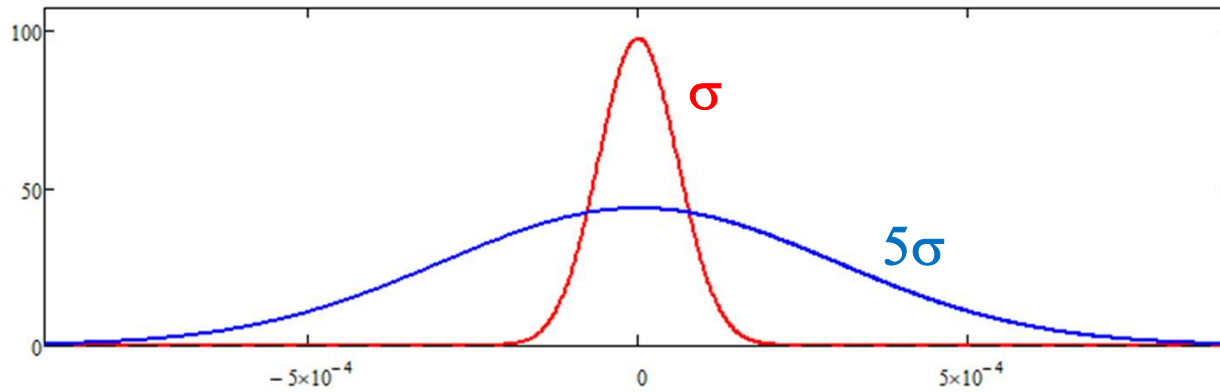
Vitesse de groupe = c

Vitesse de phase = c

$$u(x, t) = \left(\frac{1}{\pi \cdot \sigma^2}\right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{(x-ct)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0(x-ct)}$$

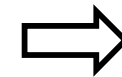
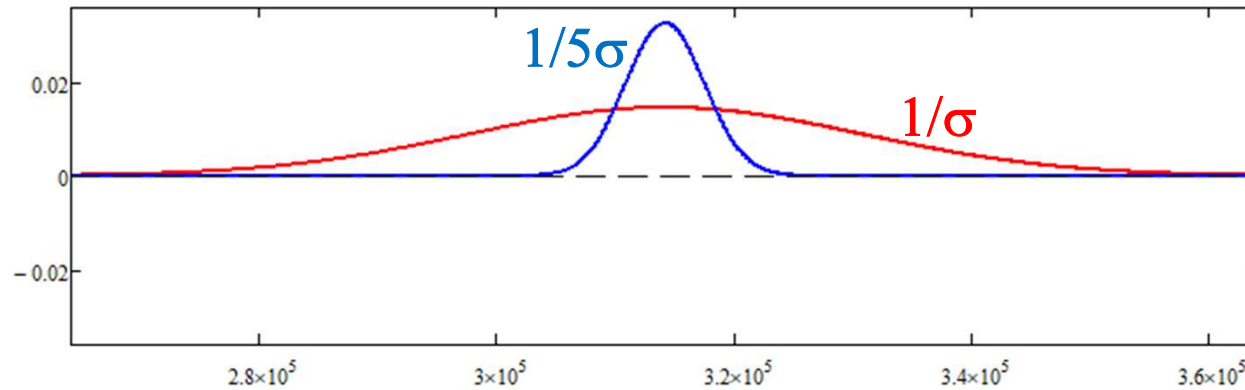
Variance  
en x:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2$$



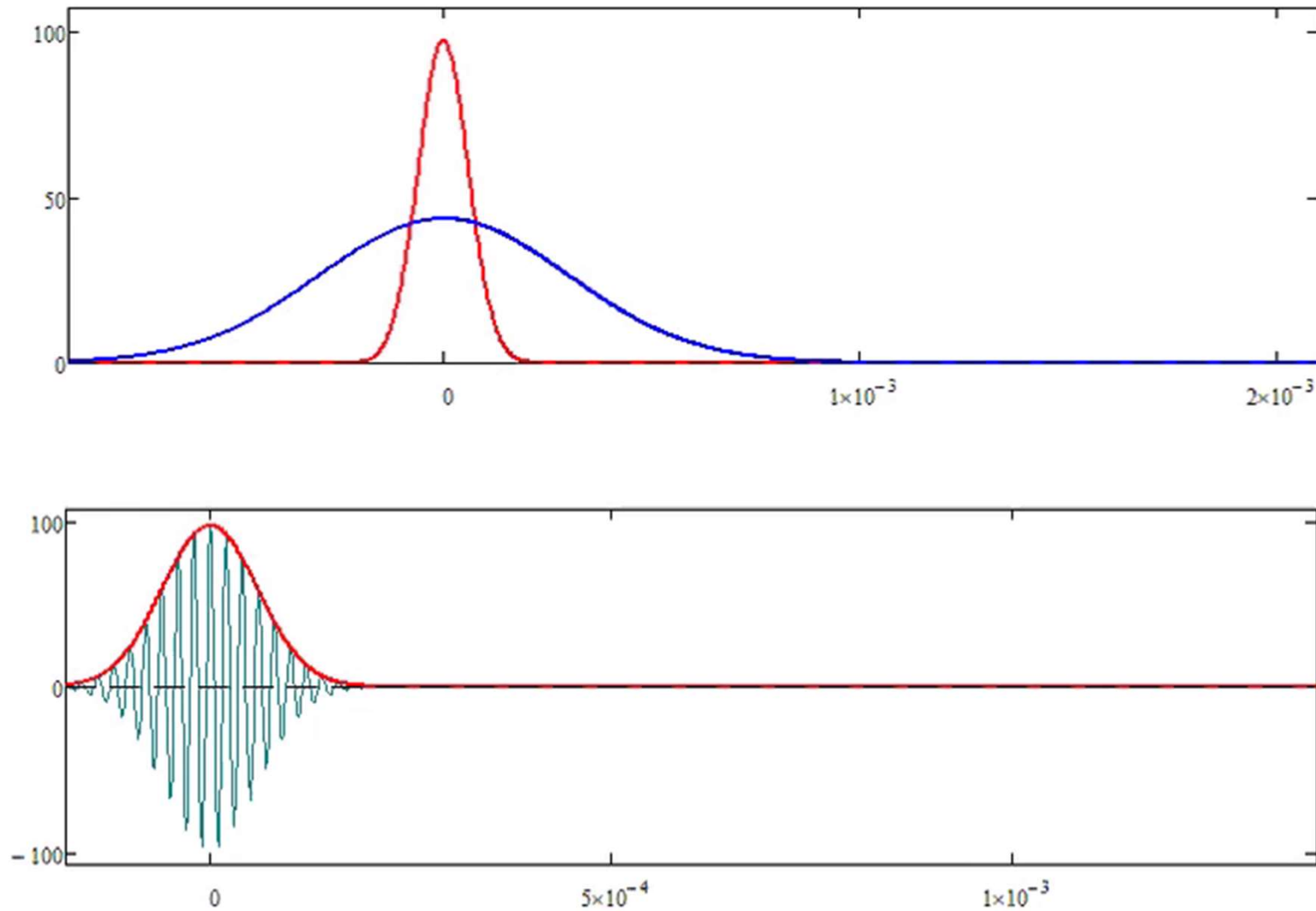
Variance  
en K:

$$\sigma_K^2 = 1 / \sigma^2$$



$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

# Propagation du bit optique



# Rappel de math: Moyenne, variance et écart type

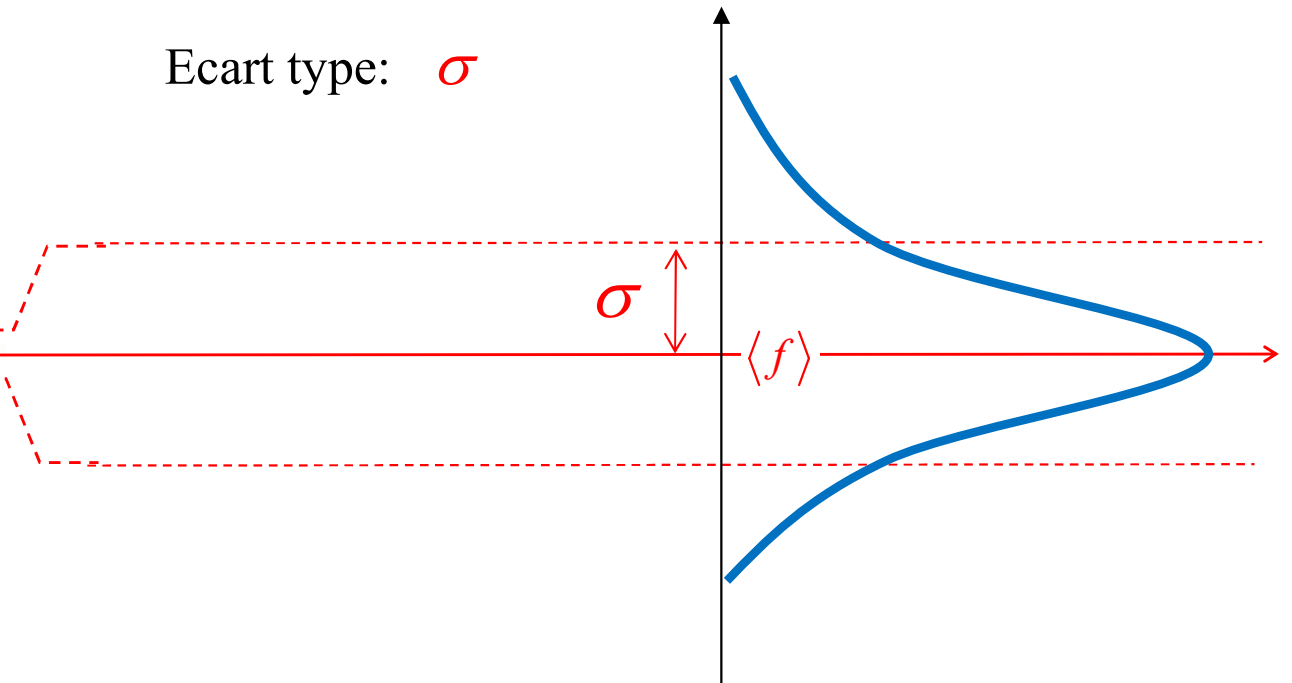
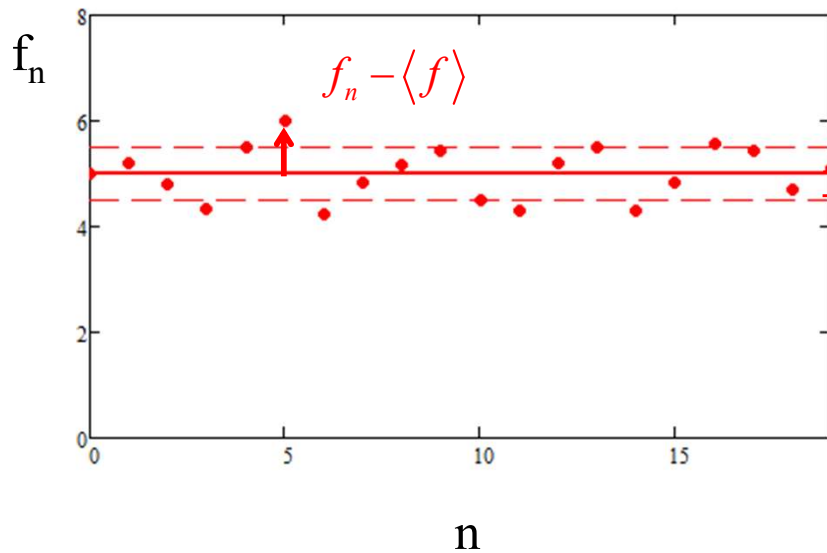
$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_n f_n$$

Variance:  $\sigma^2 \equiv \langle E_n^2 \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_n (f_n - \langle f \rangle)^2$

$$= \langle (f_n - \langle f \rangle)^2 \rangle = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2$$

Ecart:  $E_n \equiv f_n - \langle f \rangle$

Ecart type:  $\sigma$





## Moyenne:

$$\langle x \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot x \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

$$\langle K \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot K \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

## Second moment:

$$\langle x^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot x^2 \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

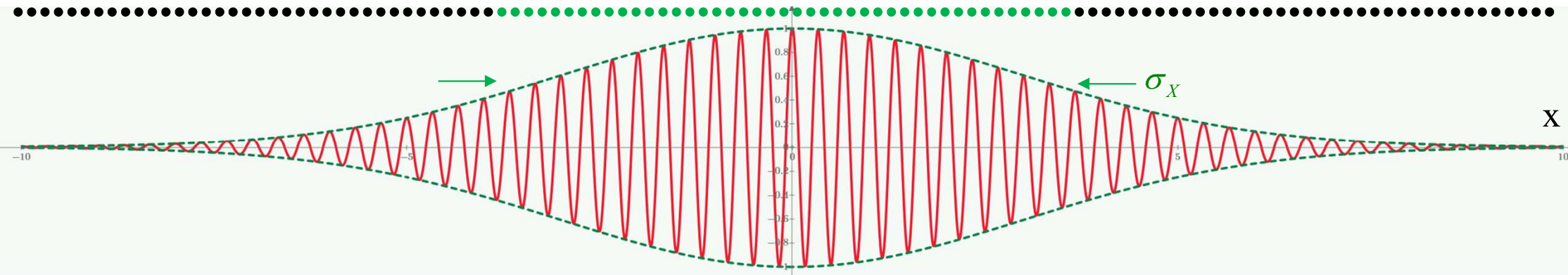
$$\langle K^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot K^2 \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

## Variance:

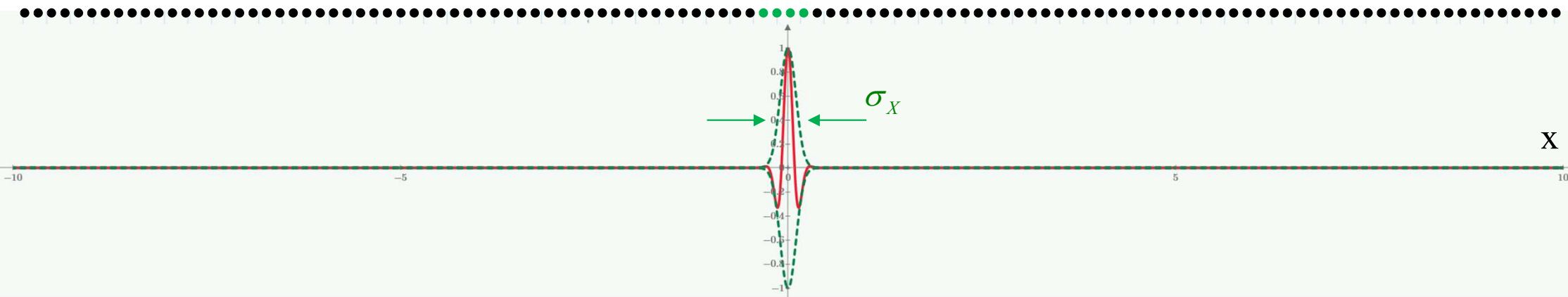
$$\Delta x^2 \equiv \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\Delta K^2 \equiv \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$$

# Incertitudes de Fourier: explication heuristique

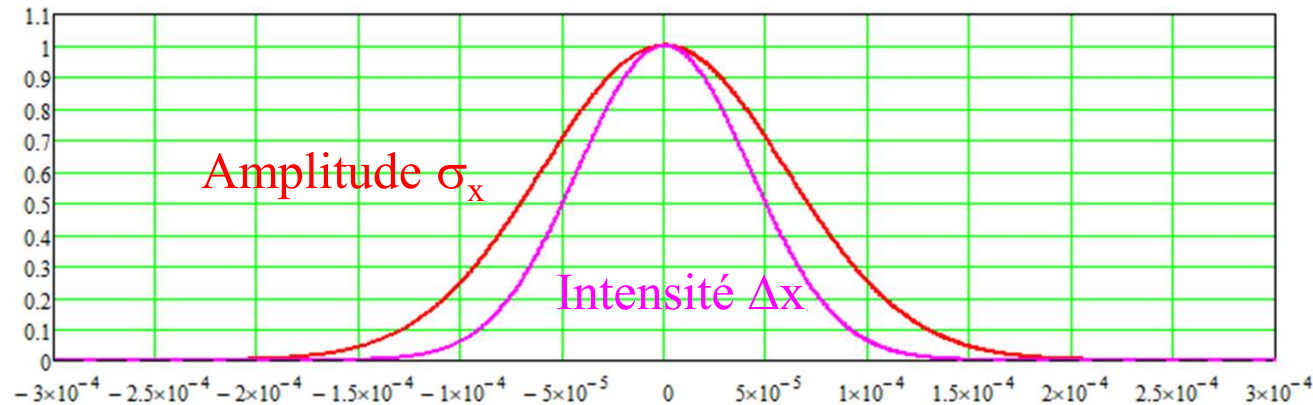


$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$



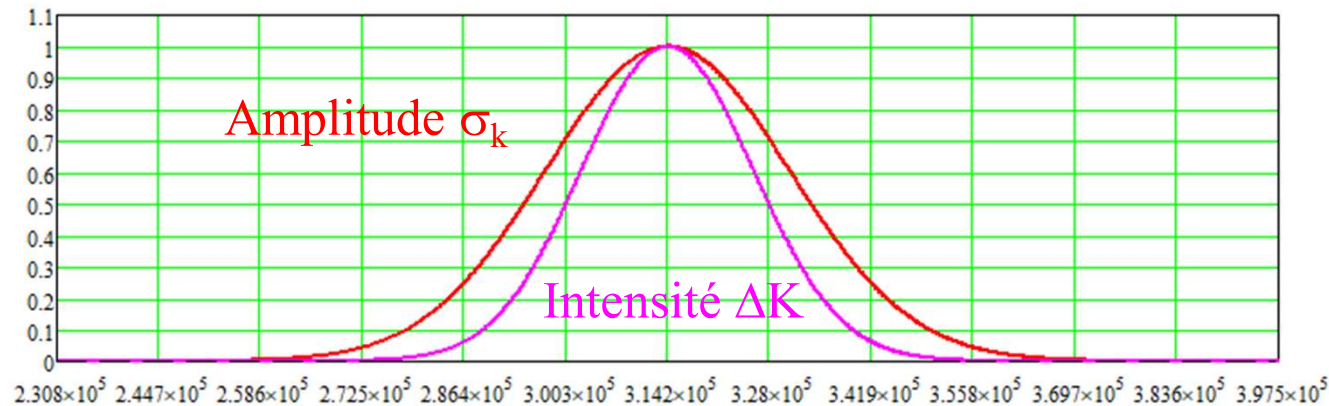
# Incertitudes en amplitude ou en intensité

## Espace X



$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

## Espace K



$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

Relation d'incertitudes **sur les intensités !!**:

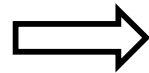
$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

**Fonctions Gaussiennes**

Fourier

$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta \omega = \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta E = \frac{\hbar}{2}$$

Fonctions Gaussiennes

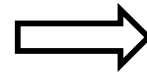


# Relation d'incertitudes **sur les intensités** !!

Fourier

$$\Delta x \cdot \Delta K \geq \frac{1}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

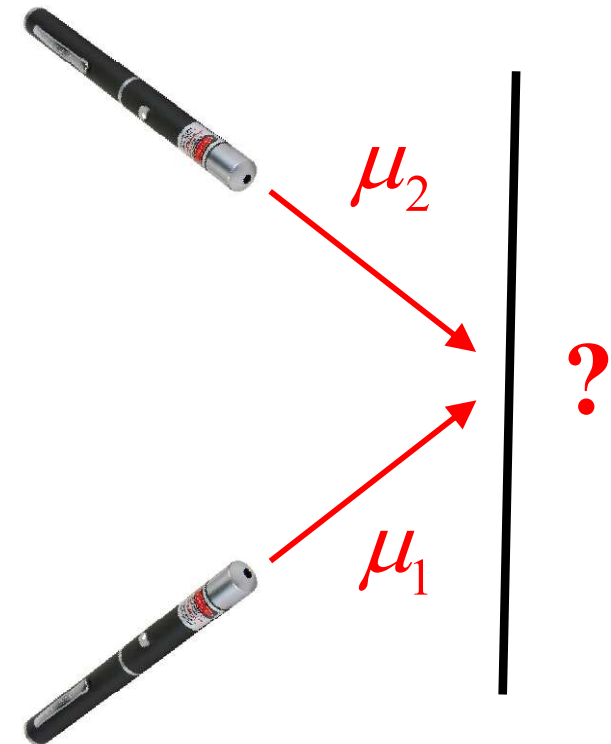
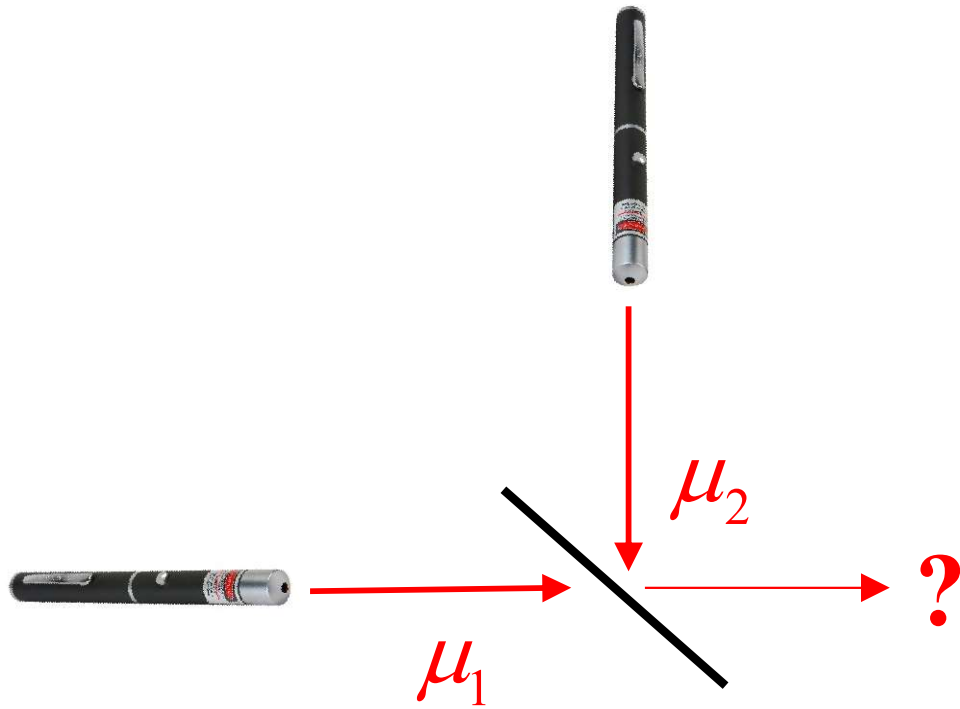
$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

Cohérence

ou

incohérence des ondes

# Mélange de deux ondes lumineuses





Amplitudes:

$$\mu_{tot} = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{Cohérents}$$

Intensité:

Interférences

$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 + 2|\mu_1||\mu_2|\cos(\Delta\varphi)$$

Incohérents

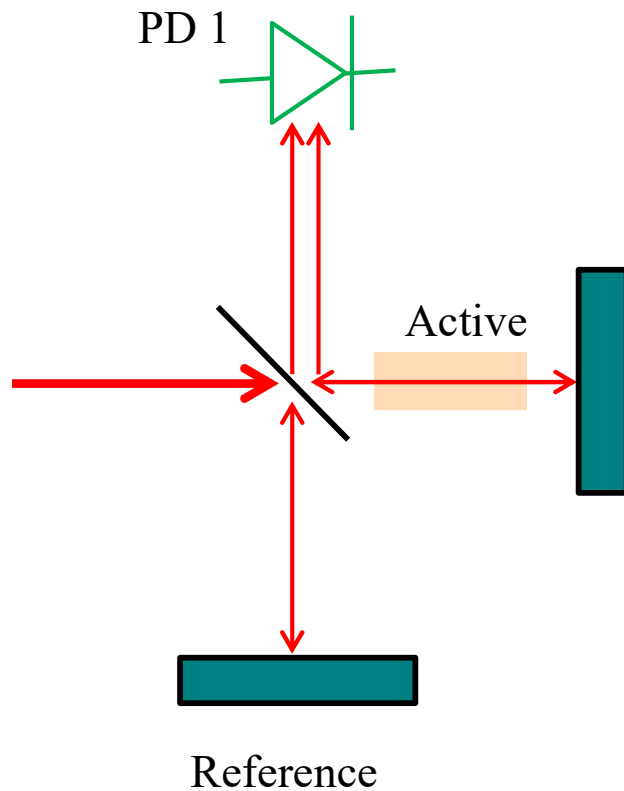
Intensité:

Sans interférences

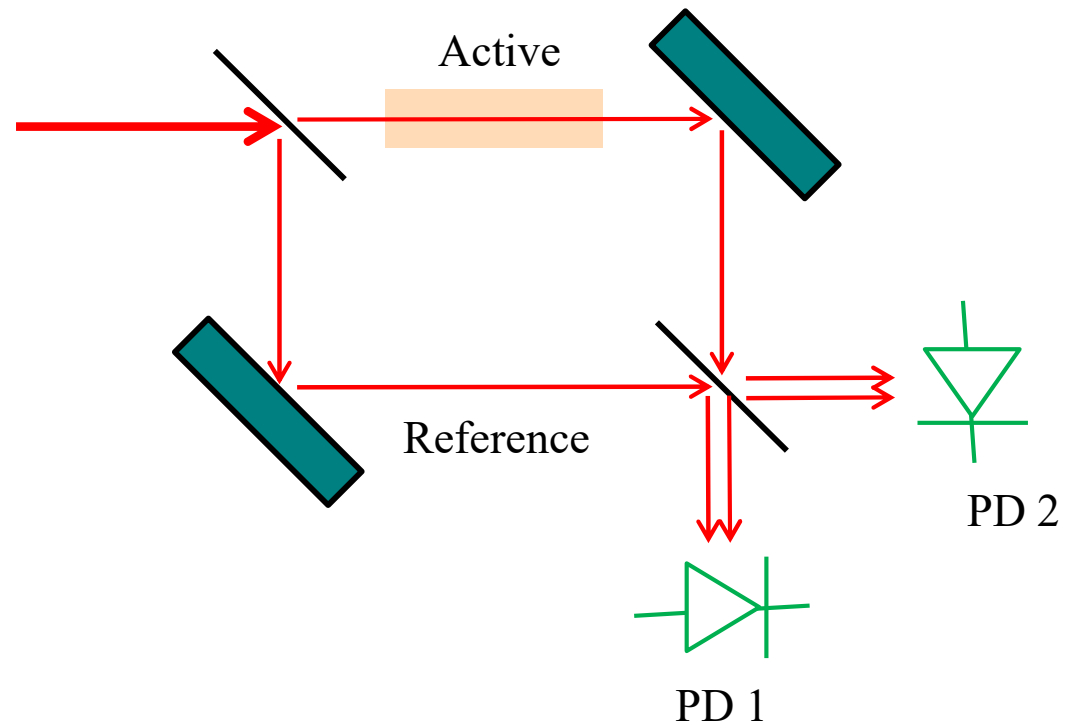
$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 = I_1 + I_2$$

Very long coherence length

## Michelson

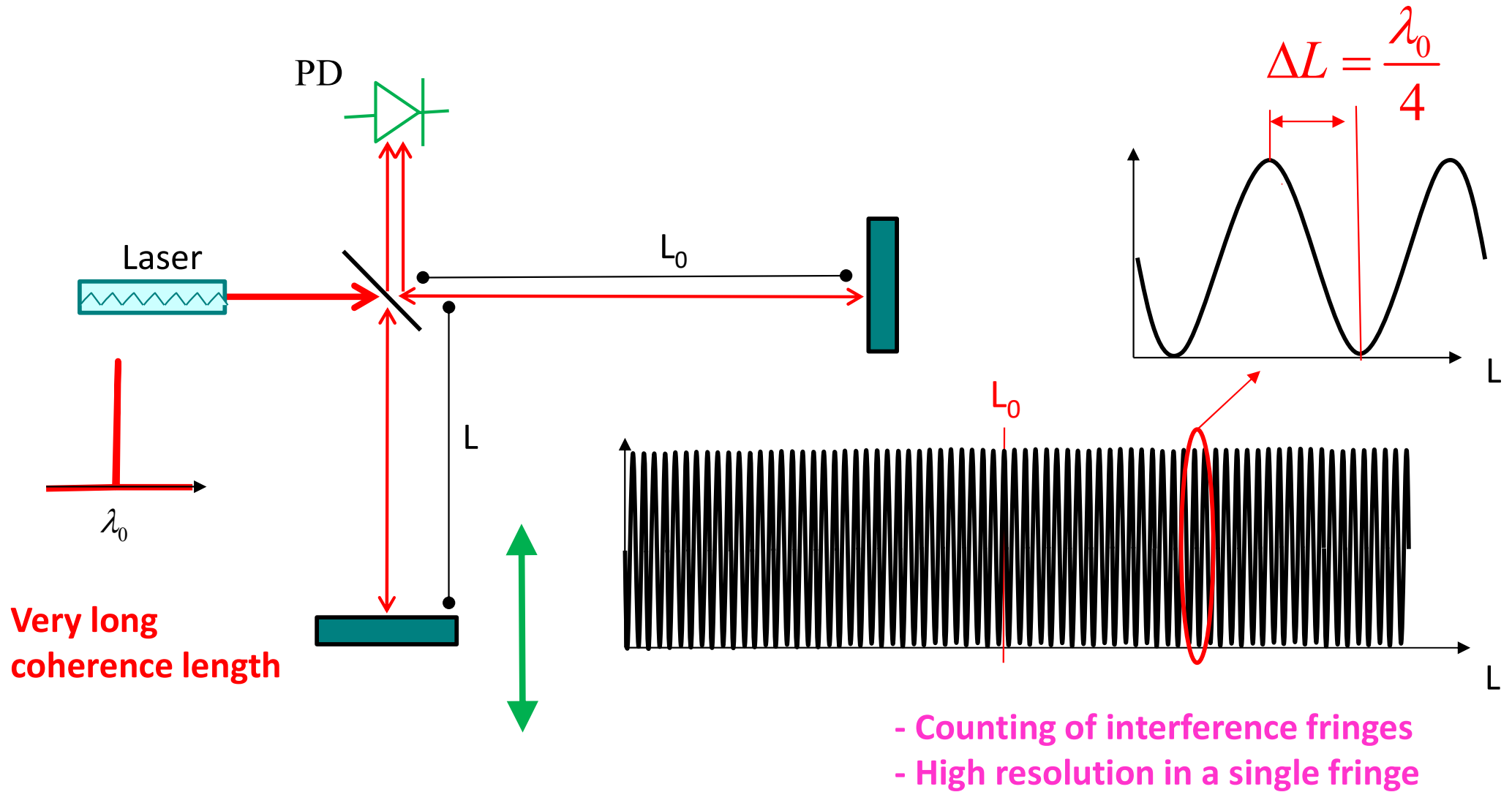


## Mach-Zehnder

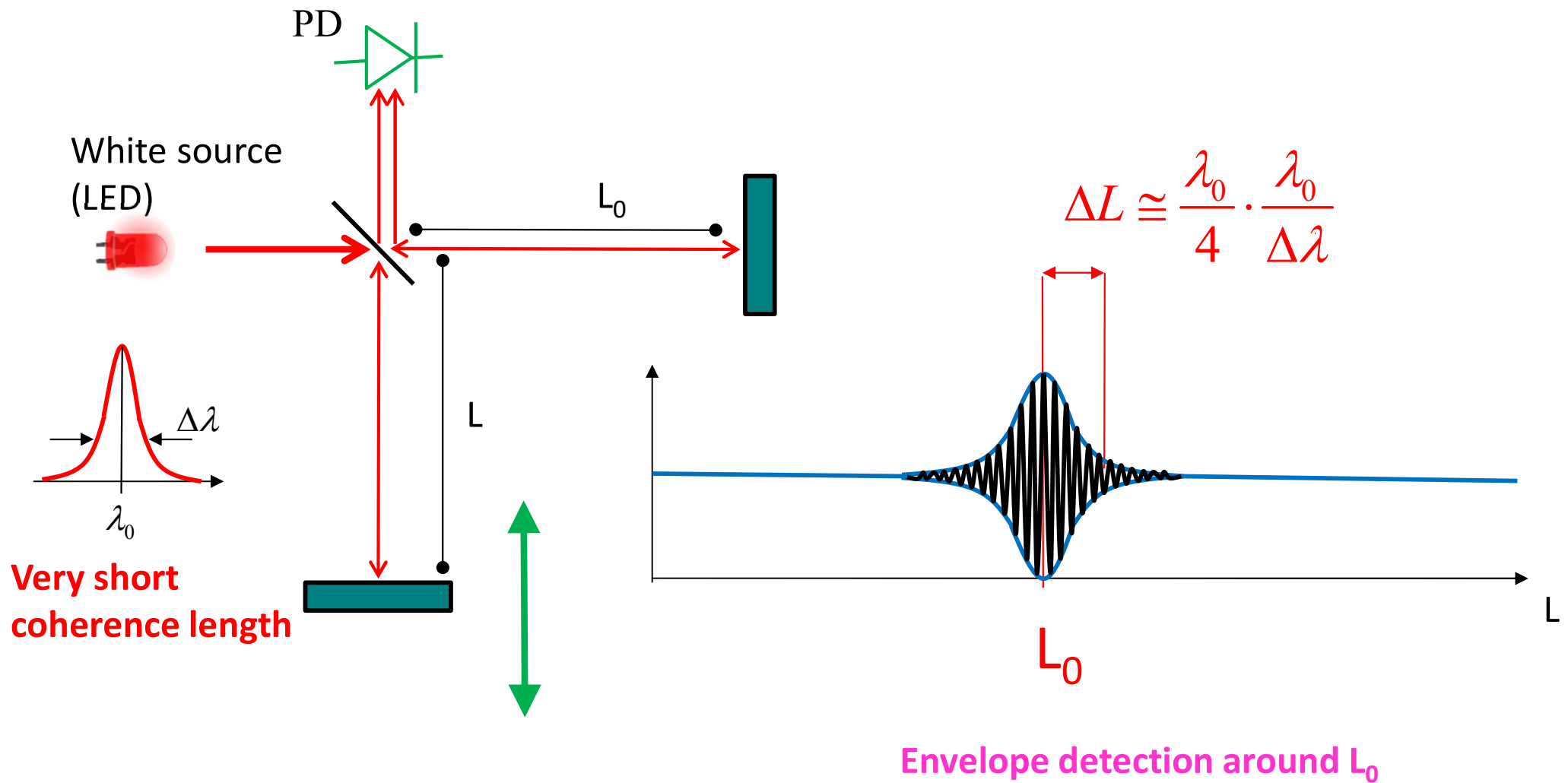


“Homodyne”

# Michelson interferometer



# Optical Coherence Tomography (OCT)



## Temps de cohérence:

Temps nécessaire pour «perdre» la relation de phase entre les deux ondes lumineuses qui interfèrent

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta \nu} = \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta \lambda}$$

## Longueur de cohérence:

Distance parcourue par la lumière durant le temps de cohérence

$$L_c = c \cdot \tau_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

# Exercice 1.1: optical tweezer

**Estimez l'intensité optique minimale  
permettant de soulever la bille.**

Diamètre

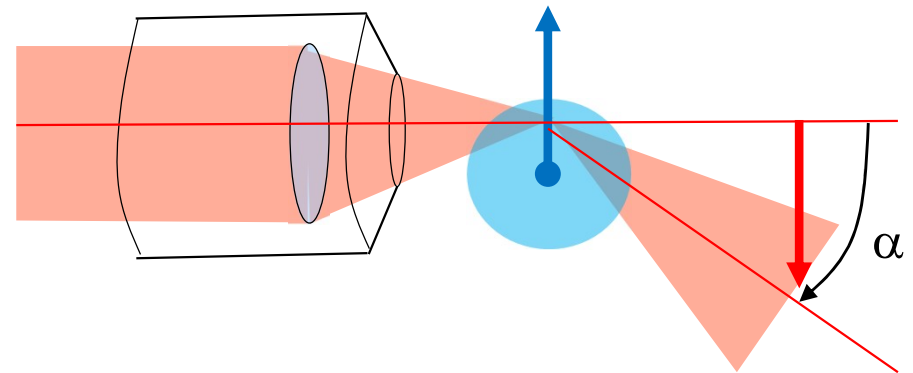
$D=2.5\mu\text{m}$

Densité

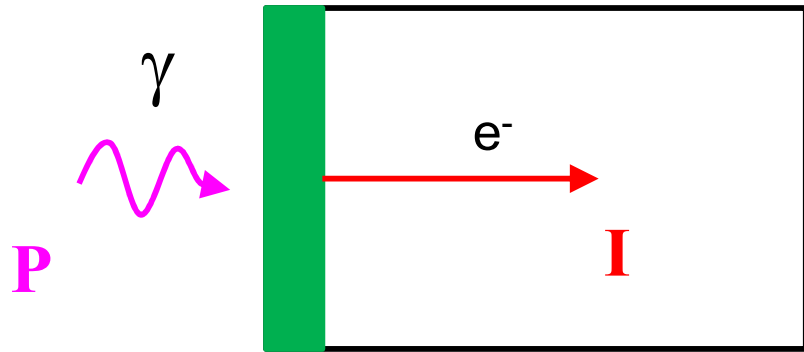
$\rho=10^3 \text{ Kg/m}^3$

Angle de déflexion

$\alpha=10^\circ$



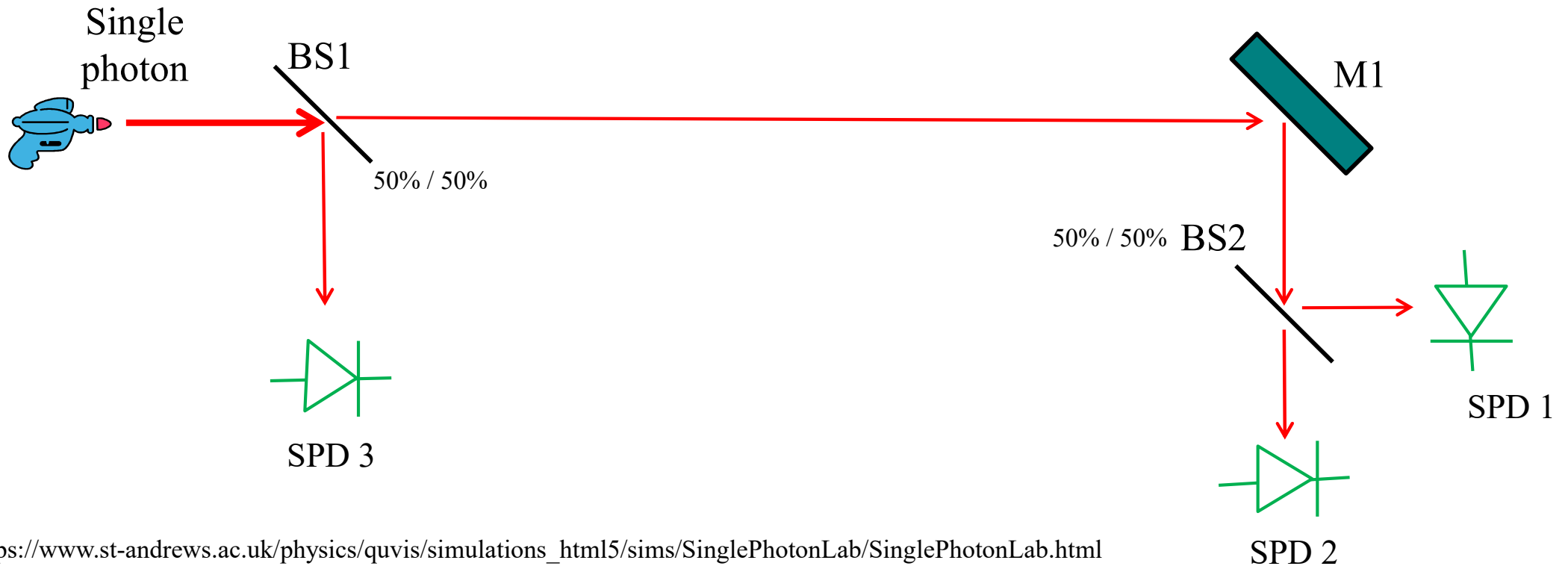
## Exercice 1.2: PMT et photo-émission



On envoie  $P=1$  mW de lumière sur une plaque de métal (fonction d'extraction  $\phi_m=1.35$  eV). Seulement 25% des photons sont convertis en électrons si leur énergie est suffisante.

Calculez le courant  $I$  récolté en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

## Exercice 1.3: Beam splitter: Single photon

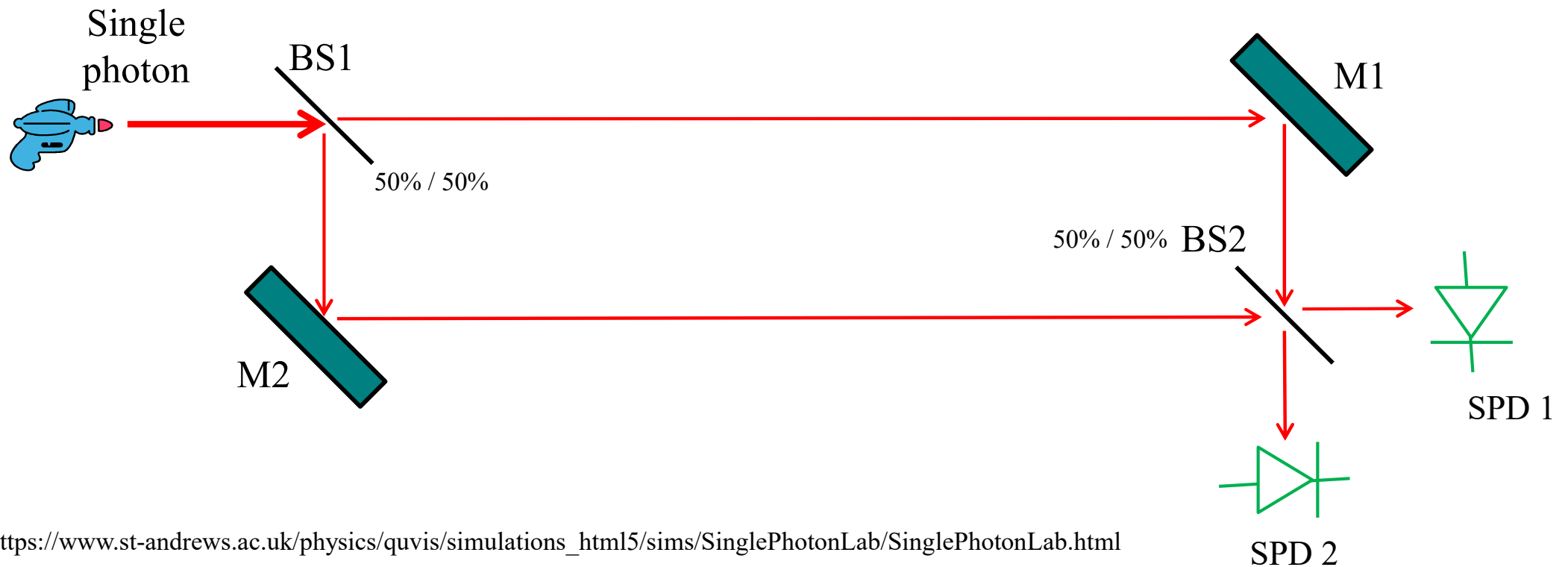


Avec une émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité :

- de déclencher SPD3
- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement



# Exercice 1.4: Mach Zehnder interferometer: Single photon



Avec un interféromètre totalement symétrique et l'émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité:

- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement