

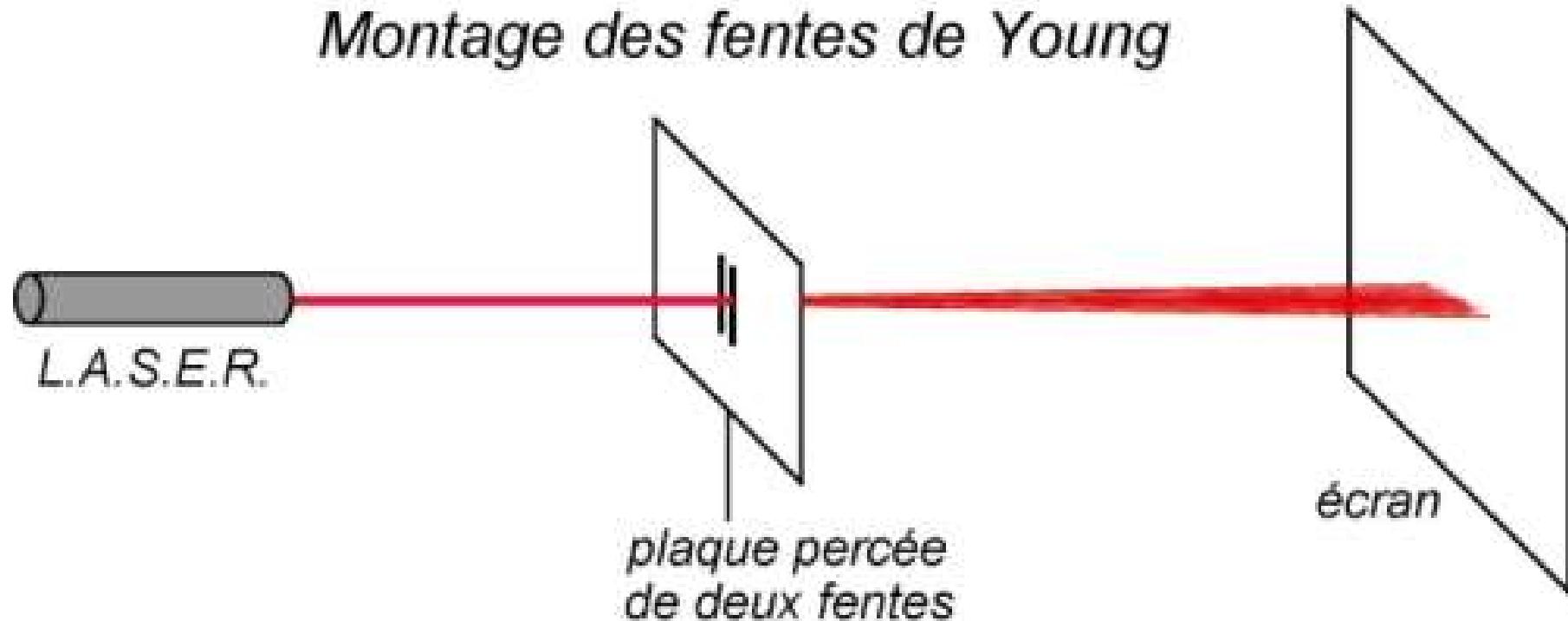
La science quantique

Une vision singulière

I) Le photon

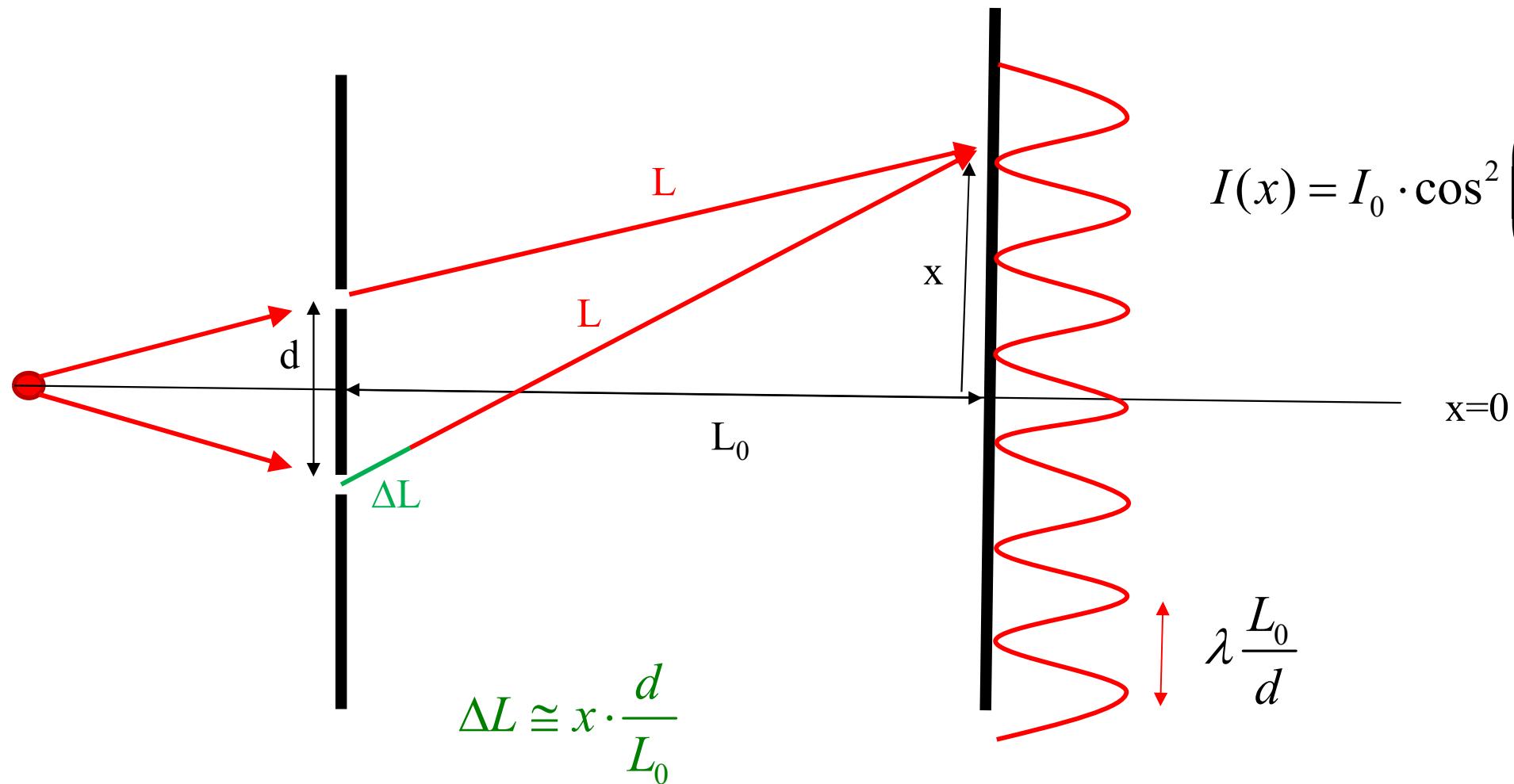
P.A. Besse

Montage des fentes de Young



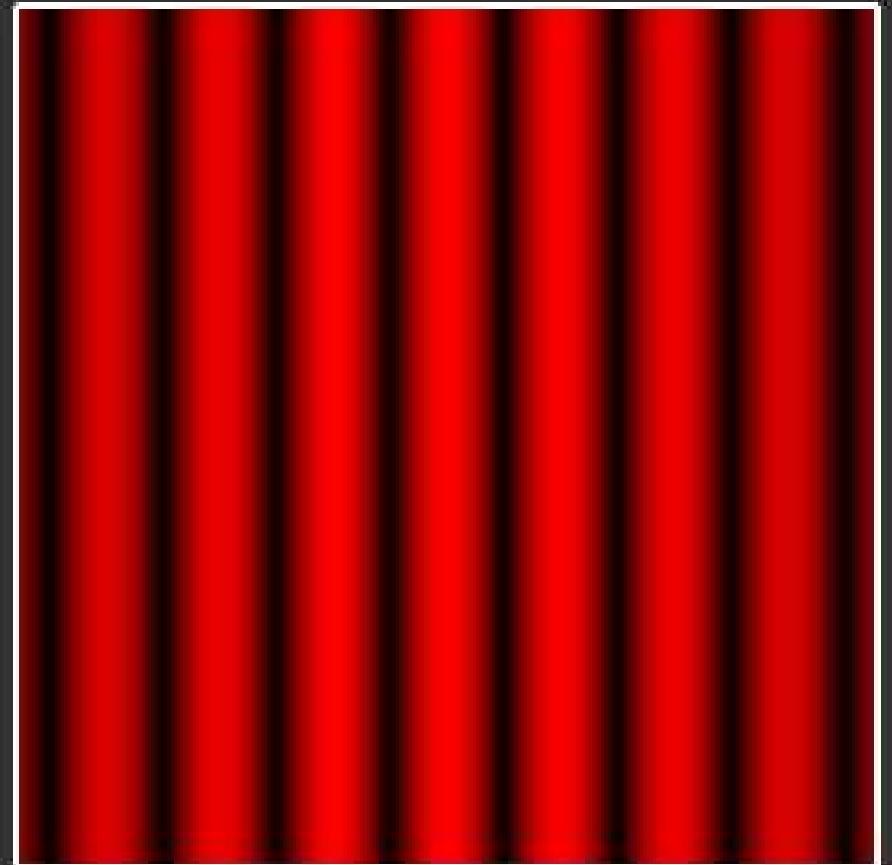
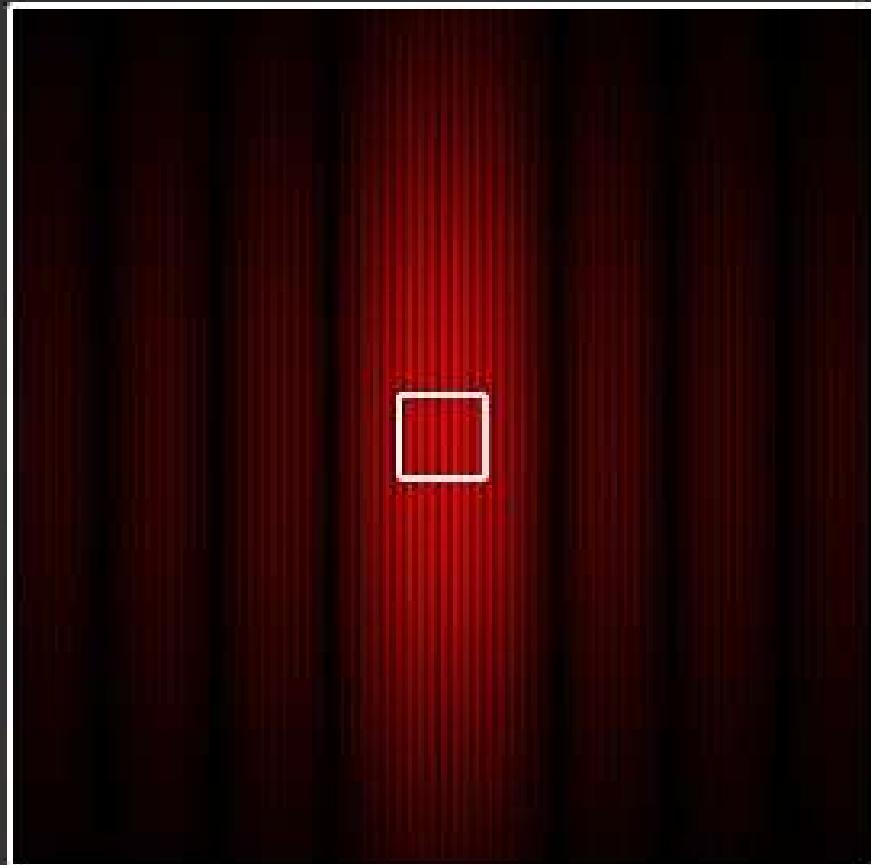
<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

Interférences: fentes de Young



Interférences: «la lumière est une onde»

Figure d'interférences par fentes de Young. Grossissement de la figure (carré blanc)



<https://www.maxicours.com/se/cours/interferences-photon-par-photon-particule-par-particule/>

<https://www.youtube.com/watch?v=tc6V9B7YjtU>

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\operatorname{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$$

$$\operatorname{rot}[\operatorname{rot}(\vec{V})] = \operatorname{grad}[\operatorname{div}(\vec{V})] - \nabla^2 \vec{V}$$

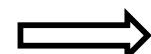
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{M}$$

Dans le vide

$$\rho = 0 \quad \vec{P} = 0$$

$$\vec{j} = 0 \quad \vec{M} = 0$$

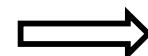


$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial(ct)^2} \vec{E} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E} = 0$$

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

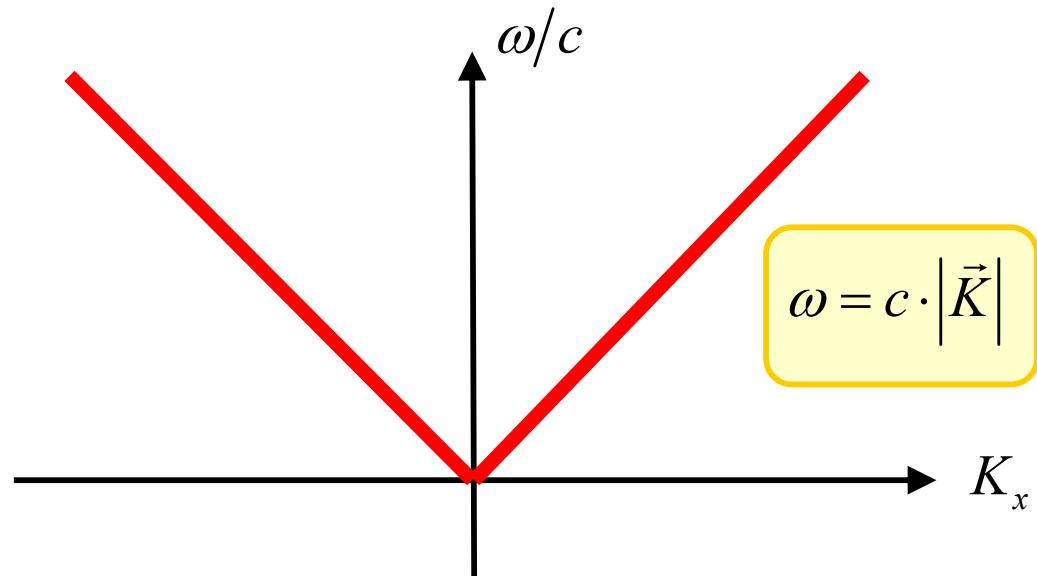


$$\omega = c \cdot \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}$$

Vitesse de phase: $|v_{ph}| = \omega / |\vec{K}|$

Vitesse de groupe: $|v_G| = \frac{\partial \omega}{\partial |\vec{K}|}$

$$|v_{ph}| = |v_G| \equiv c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



Fonctions d'onde:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B}_0 \cdot e^{i(\vec{K}\vec{x} - \omega t)}$$

Equations d'onde:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = 0$$

Relation de dispersion:

$$\omega = c \cdot |\vec{K}| \Rightarrow \lambda \cdot v = c$$

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Fréquence de l'onde
Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»

«La lumière est une onde»



MAIS (vers 1900):

- corps noir ...
- effet photoélectrique



Apparition d'un courant électrique
que si la longueur d'onde est
inférieure à une certaine valeur

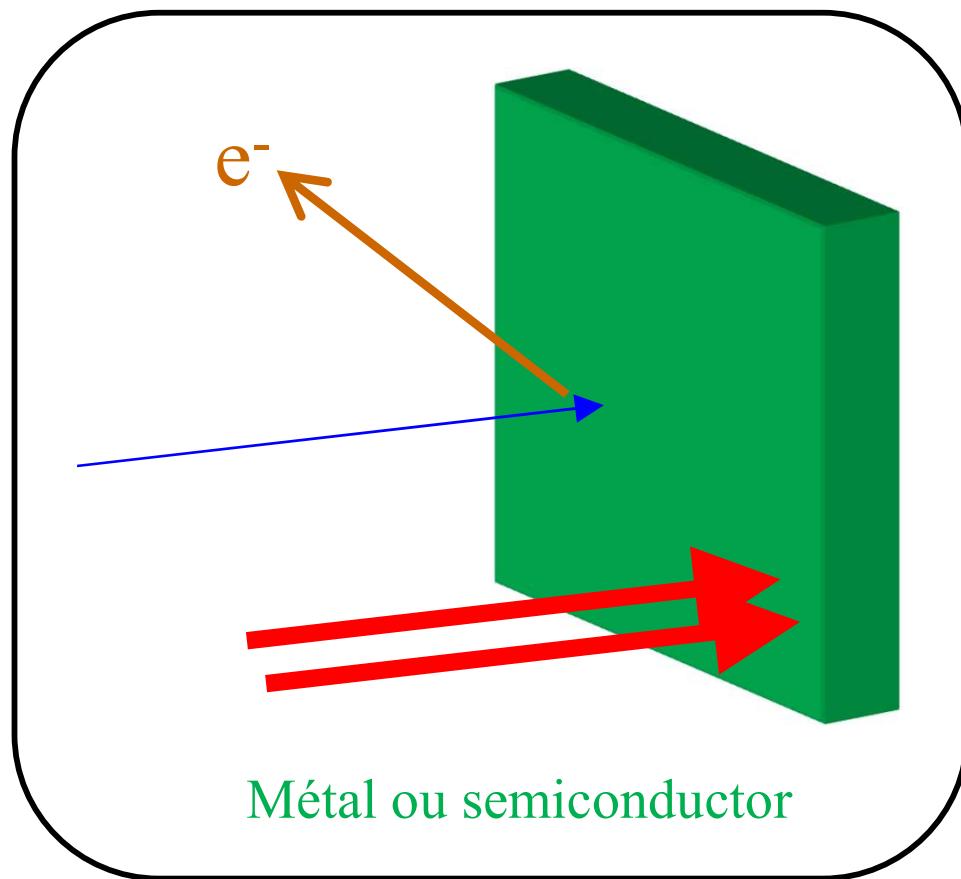


Expérience:

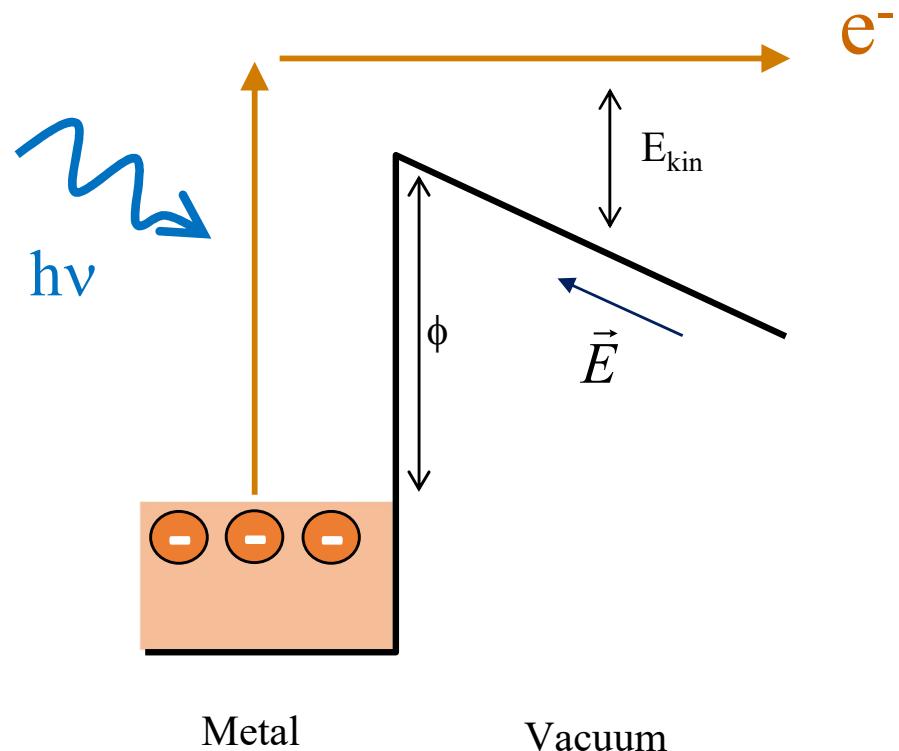
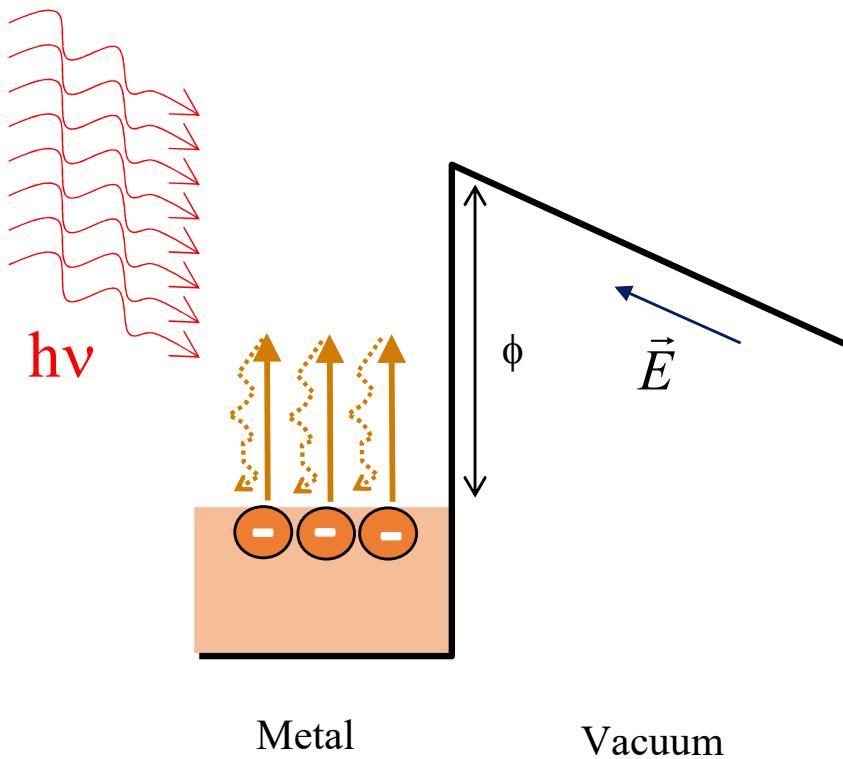
Von Lenard: Nobel Prize 1905

Explication:

A. Einstein: Nobel Prize 1921



Effet photoélectrique: explication **la lumière est un flux de particules !**

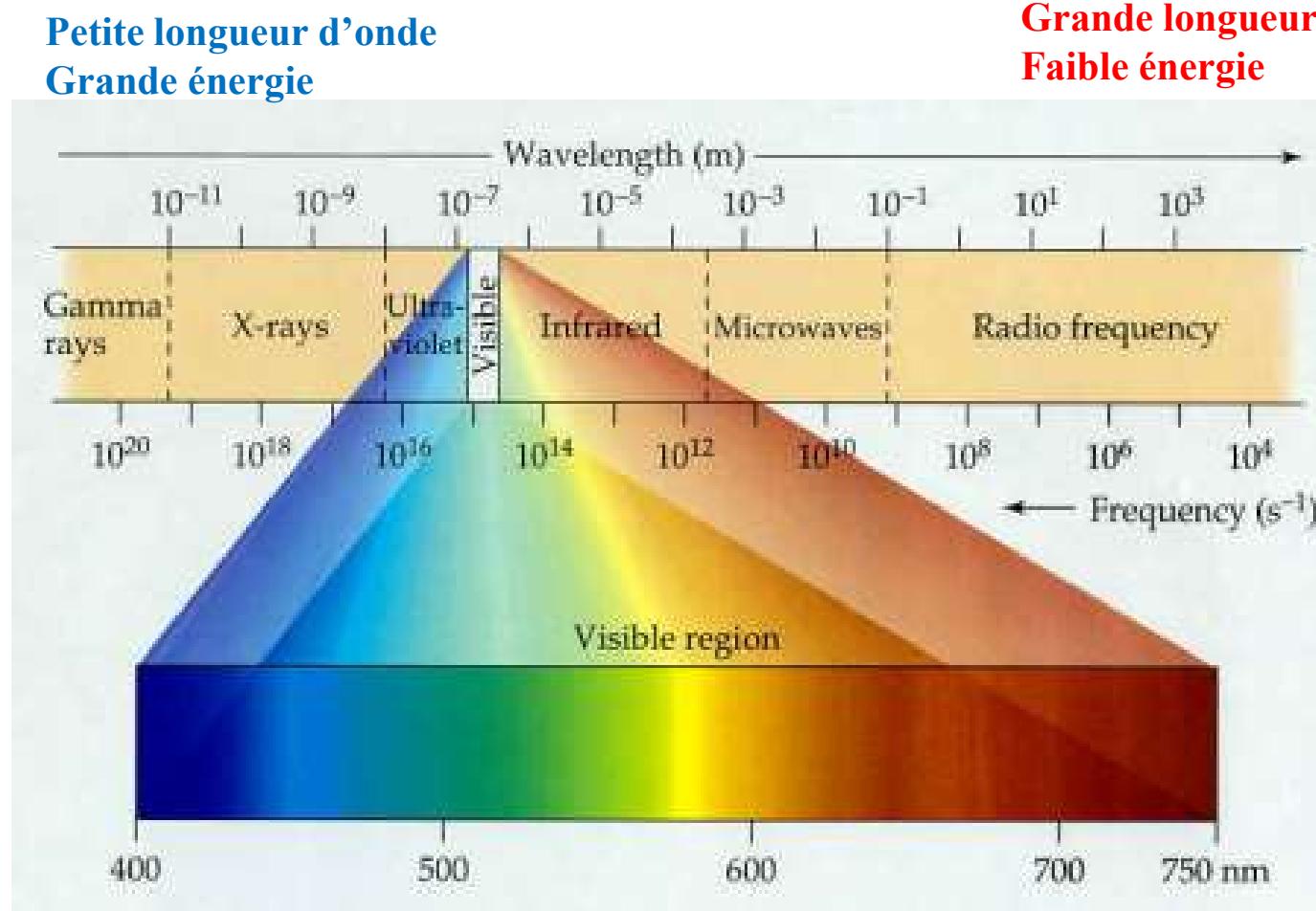


Relation de Planck:

(explication du corps noir)

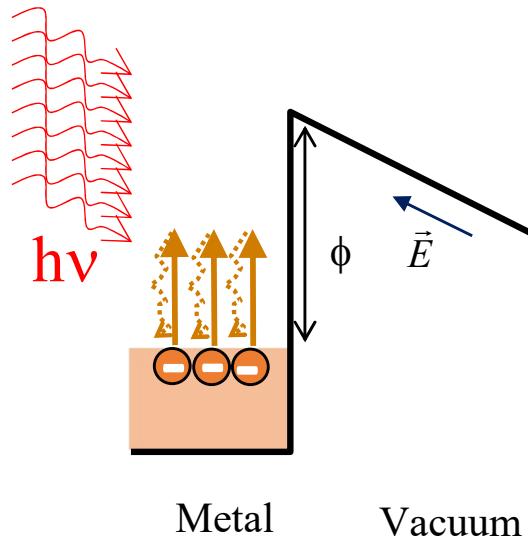
$$E = \hbar \cdot \omega$$

Rappel: spectre de la lumière



Grande longueur d'onde
Faible énergie

$$E_\gamma = \hbar \cdot \omega = \hbar \cdot c \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

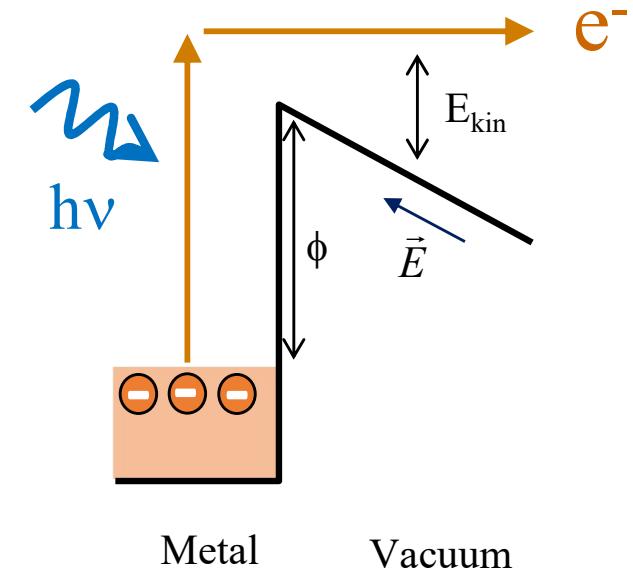


Metal Vacuum

$$E = \hbar \cdot \omega$$



Chauffage par IR

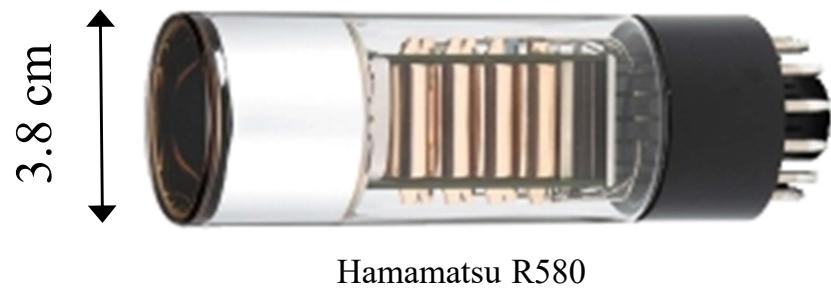
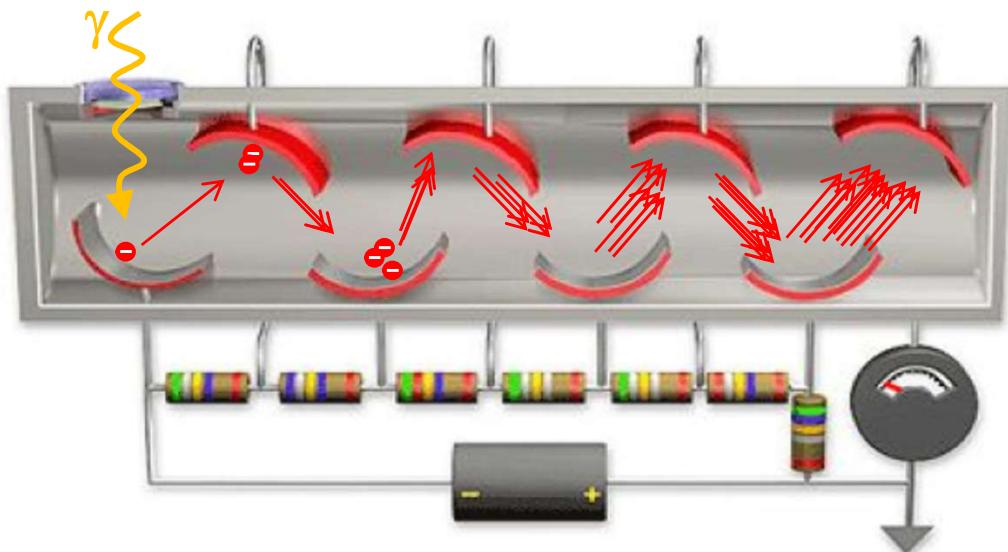


Metal Vacuum

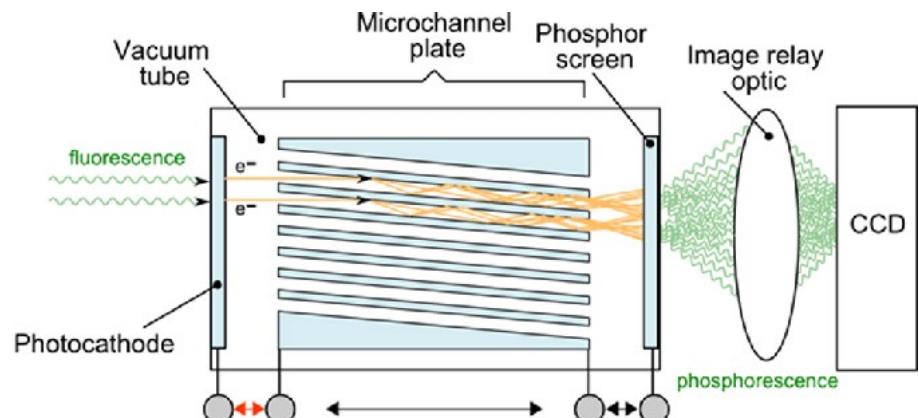
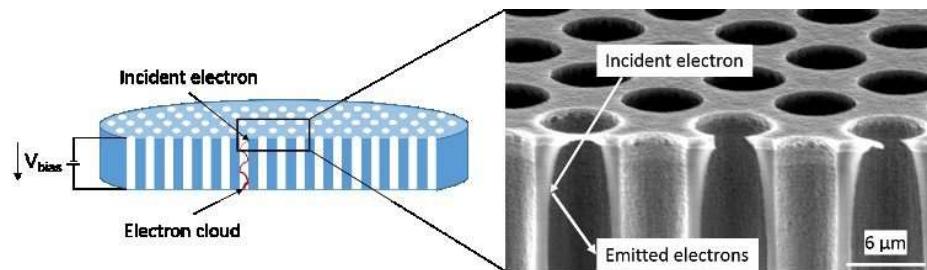


Bronzage dû aux UV

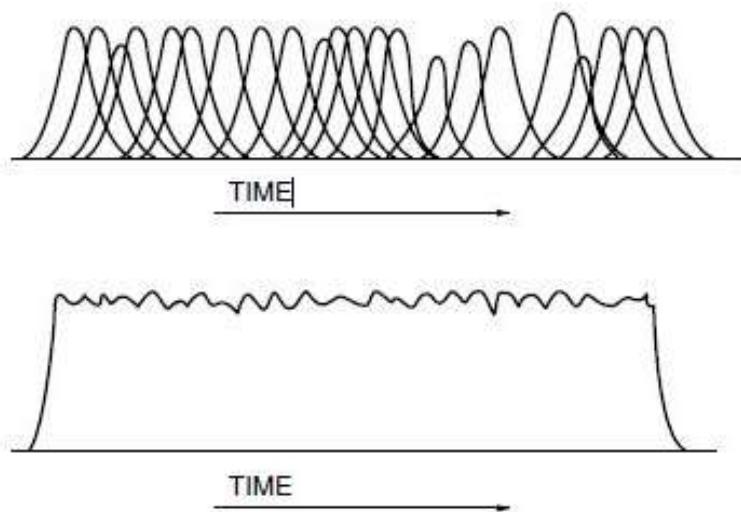
Photo-Multiplier Tube (PMT)



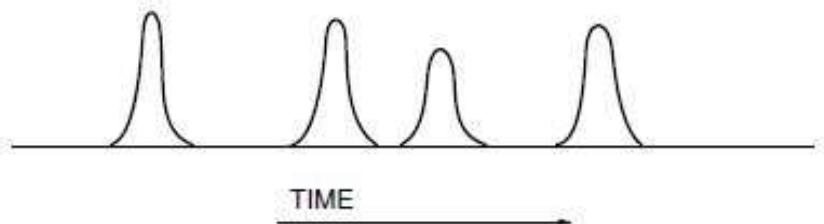
1Mpix PMT camera (Micro Channel Plate)



Signal with medium illumination



Signal with very weak illumination



Hamamatsu Catalog: Photomultiplier tubes and related products

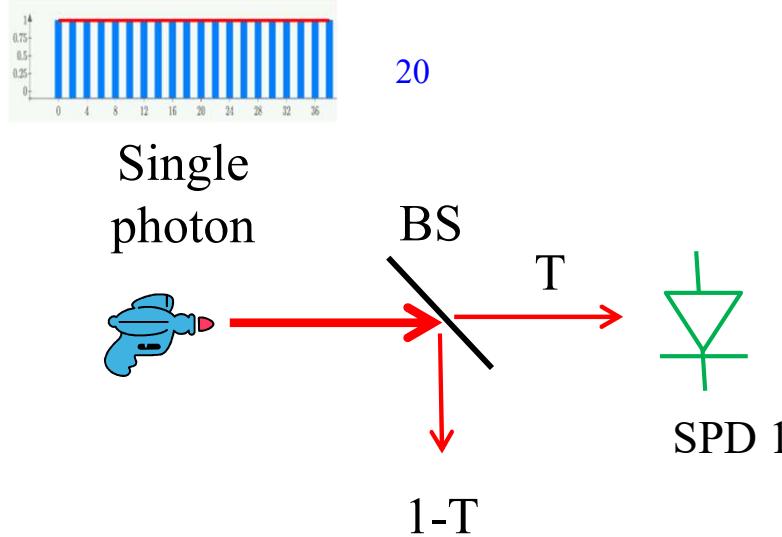
Beam splitter en transmission

Mesures singulières et moyenne

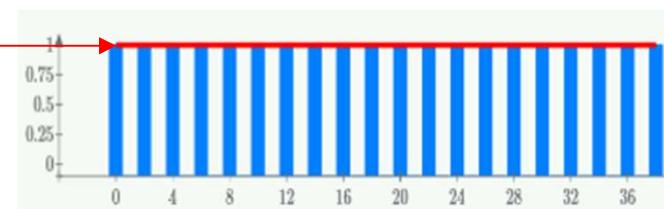
!! Chaque mesure fait collapser l'onde !! \Rightarrow La moyenne résulte d'un grand nombre de collapses

Moyenne:

Mesures singulières:

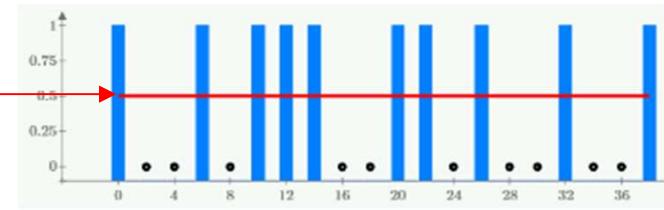


T=1



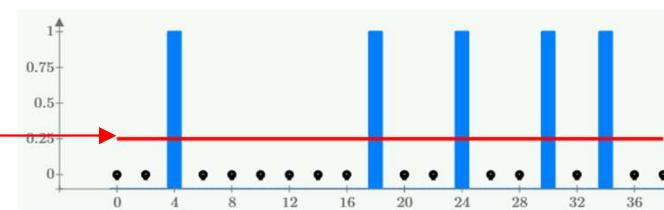
20/20

T=0.5



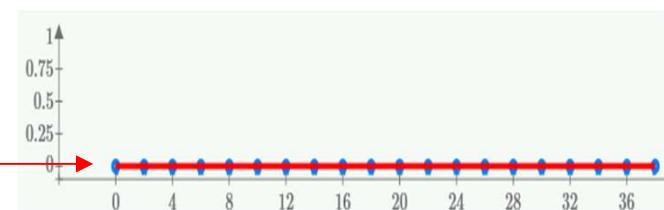
10/20

T=0.25

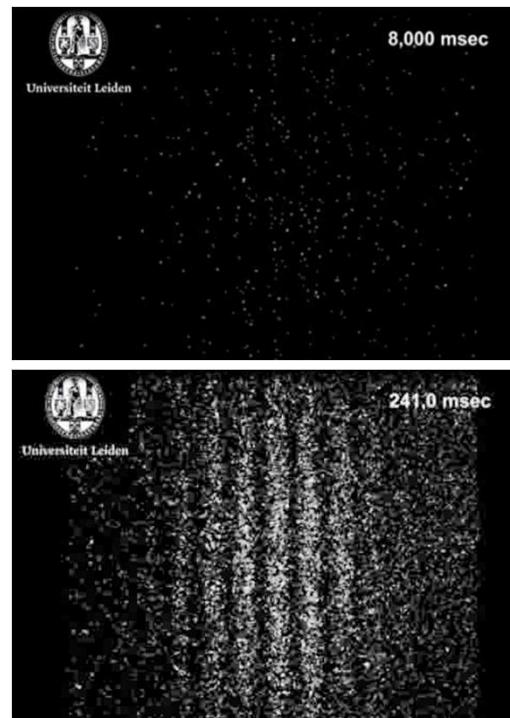
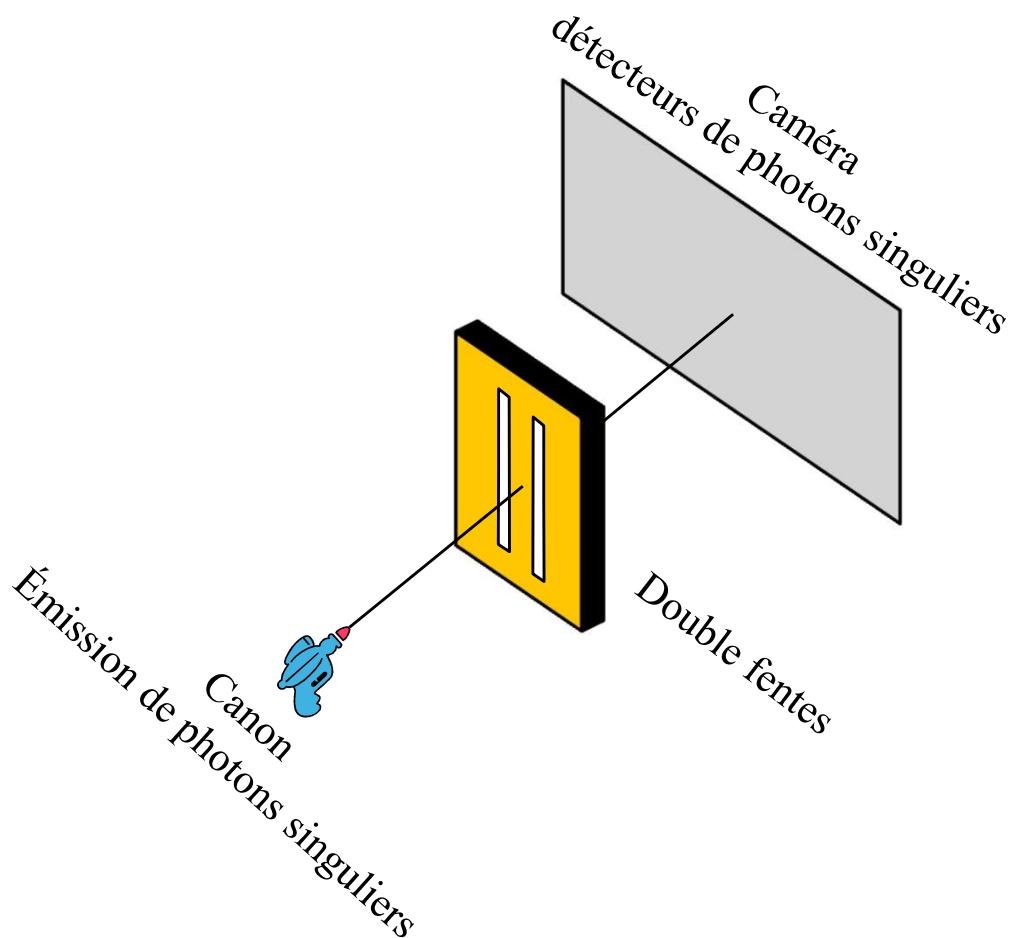


5/20

T=0



0/20



D. Dykstra, Leiden University, 2008

<http://www.youtube.com/watch?v=MbLzh1Y9POQ>

- **Un seul détecteur réagit à la fois**
- **Les lignes d'interférences se retrouvent dans l'histogramme**

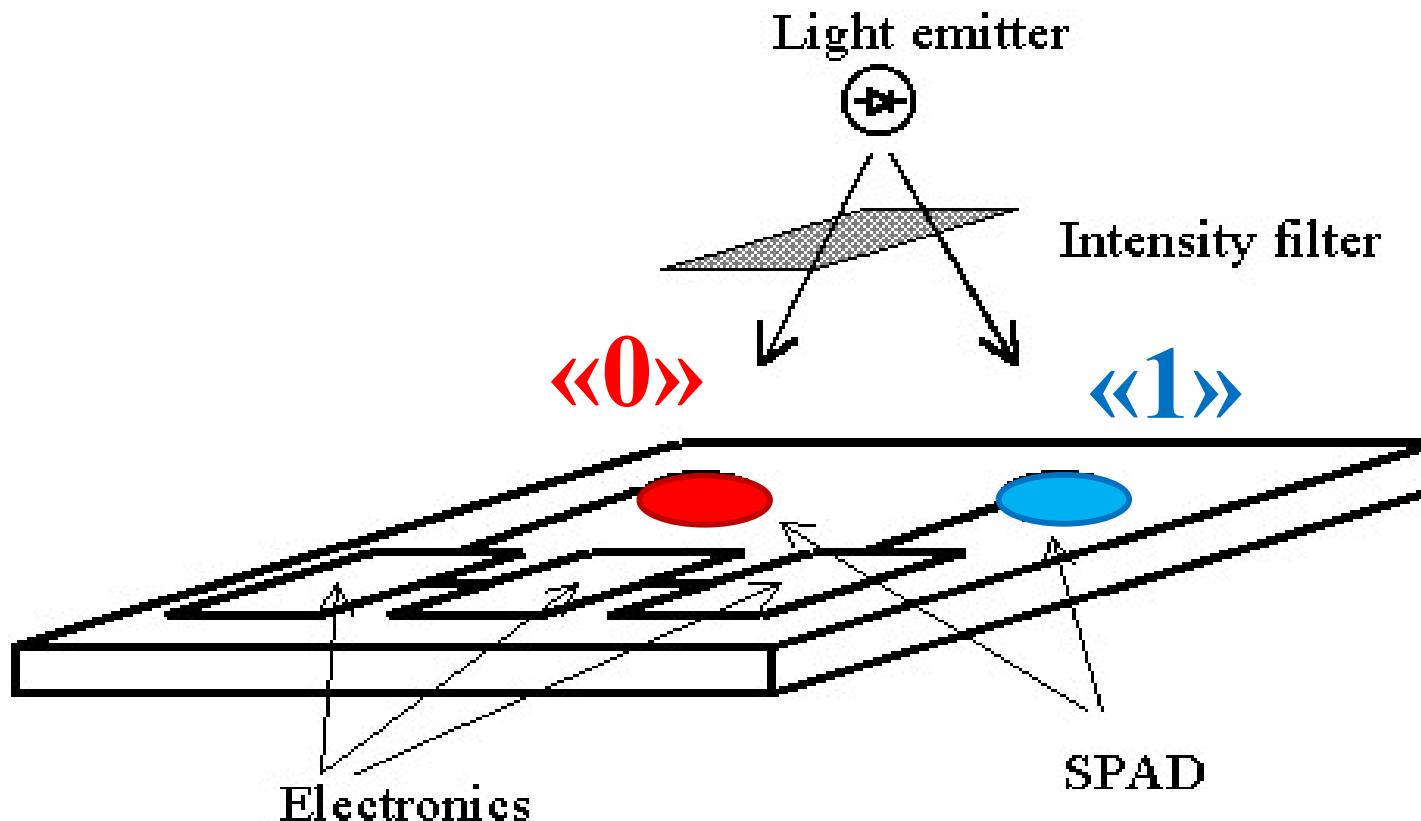
Vision «particule»

Problème: **Comment une seule particule (locale) peut-elle connaître la présence des deux fentes ?**

Vision «ondulatoire»:

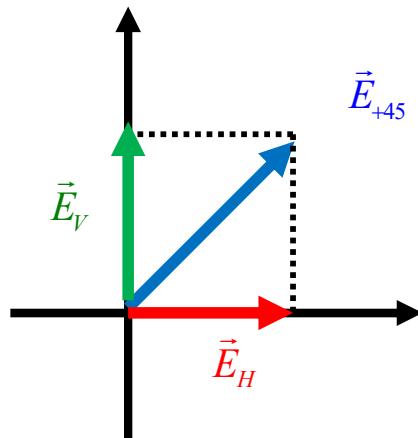
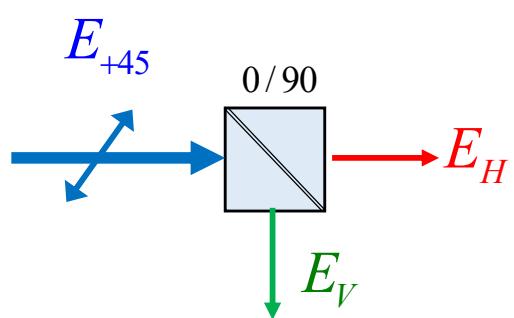
Problème: **Comment expliquer la projection de l'onde (globale) sur un seul détecteur (local) ? «Collapse de l'onde»**

3^{ème} expérience: Quantum Random Number Generator

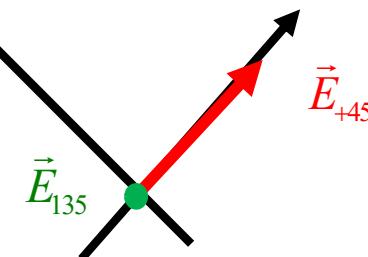
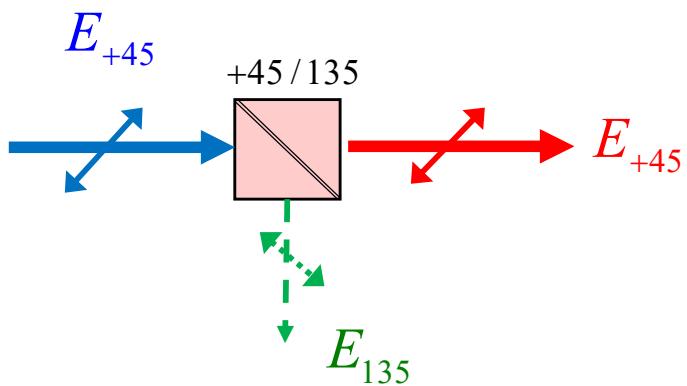


CTI project with IdQuantique SA, Genève.

4^{ème} expérience:
Polarisation: vision classique



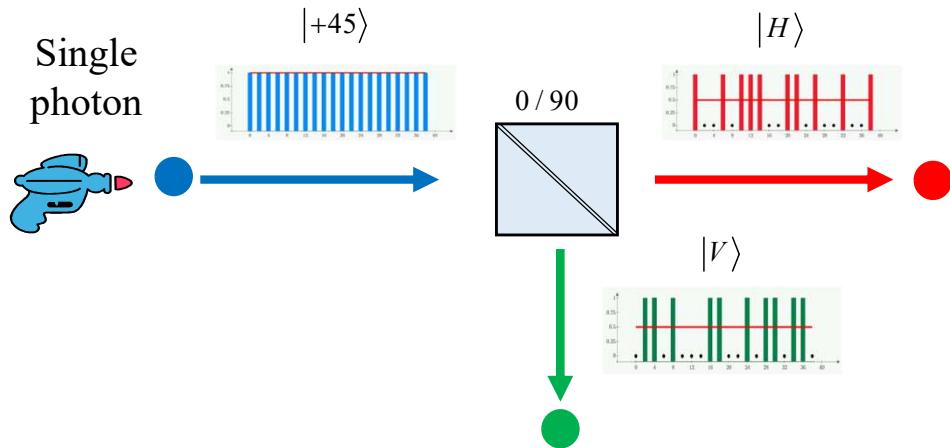
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_H + \vec{E}_V$$



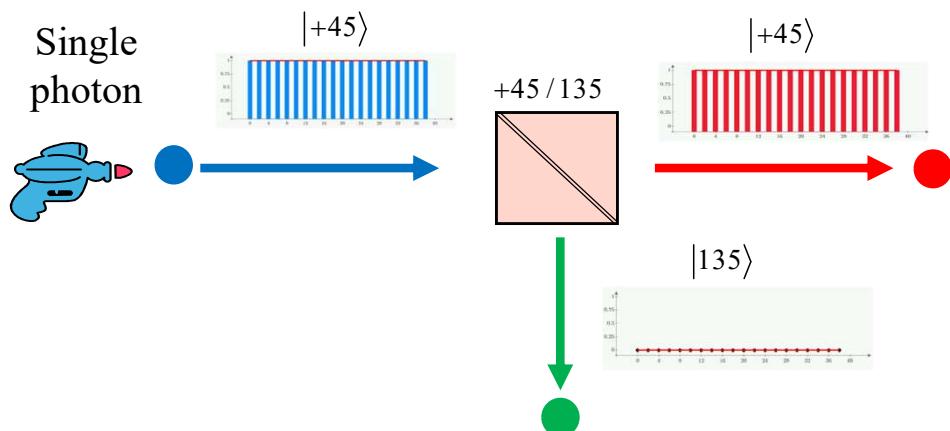
$$\vec{E}_{+45} = \vec{E}_{+45} + \vec{E}_{135}$$

Le champ électrique entrant se projette et se décompose
et selon les axes de base de l appareil de mesure.

Polarisation: vision quantique: single photon



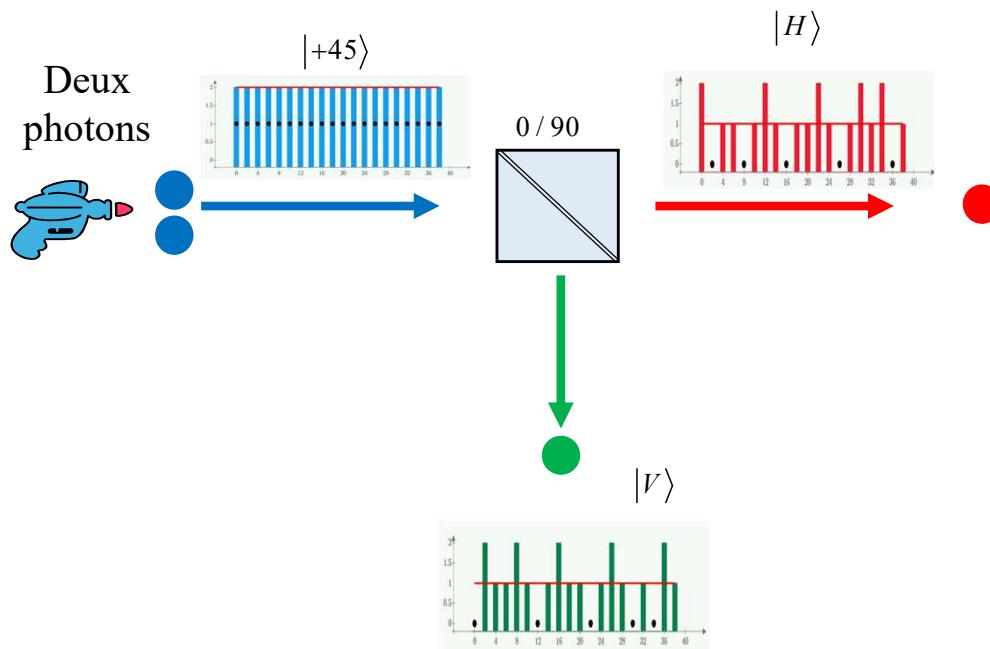
$$|+45\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |H\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot |V\rangle$$



$$|+45\rangle = 1 \cdot |+45\rangle + 0 \cdot |135\rangle$$

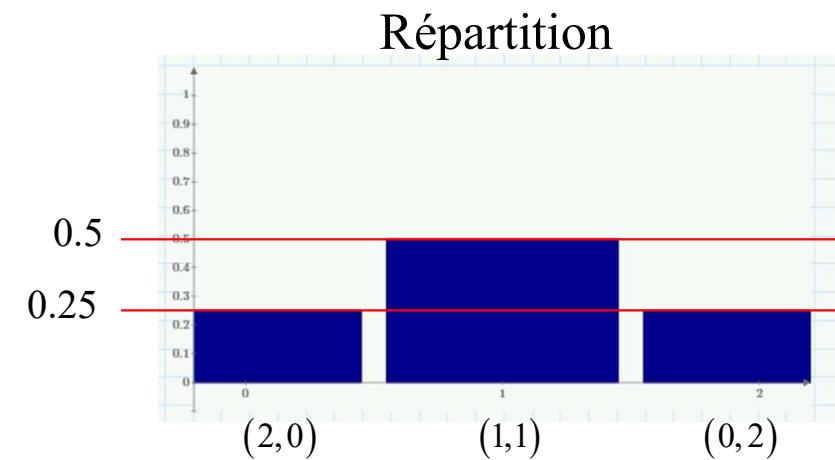
Les photons entrants se répartissent et se transforment
en photons de base de l appareil de mesure.

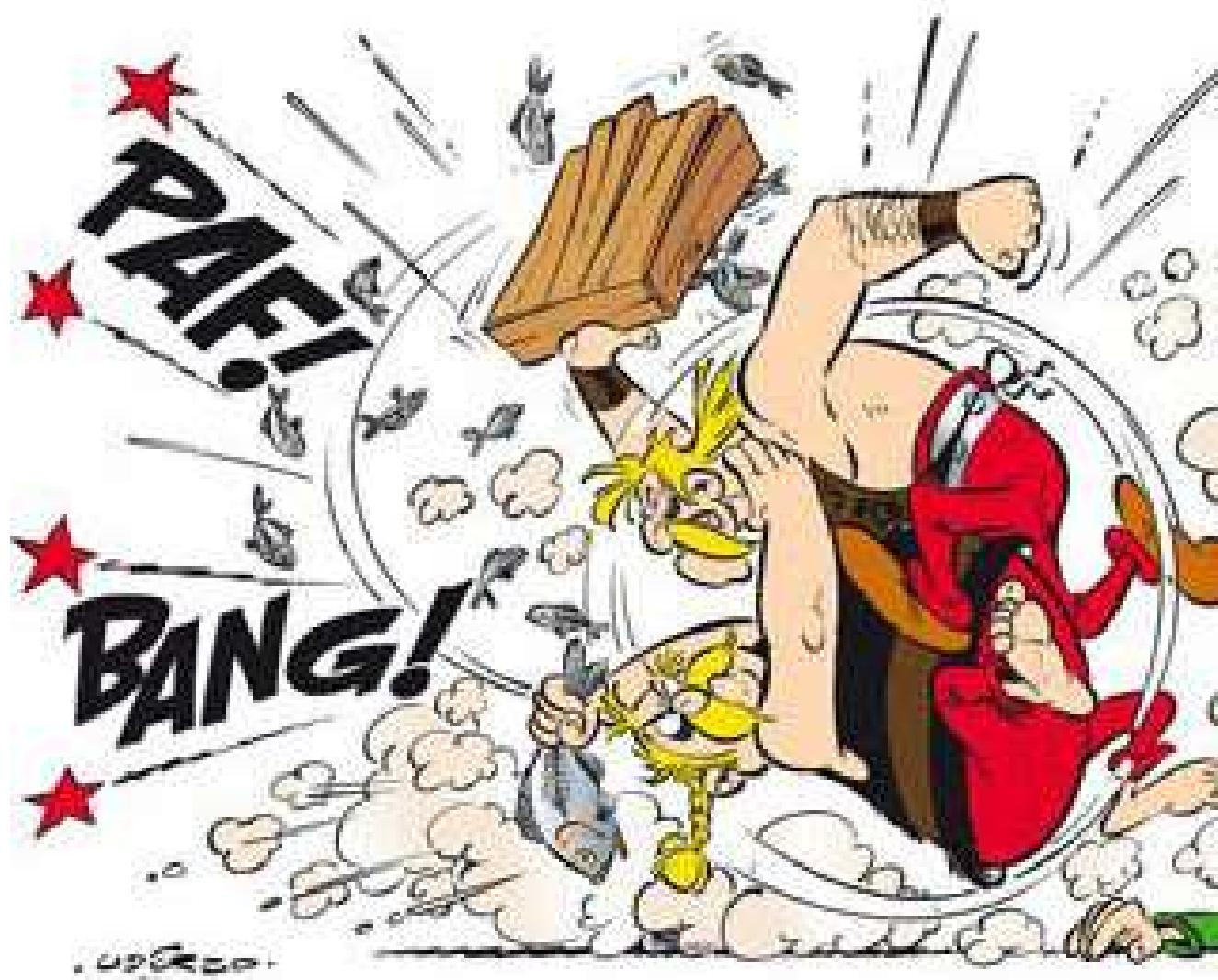
Polarisation: vision quantique: deux photons identiques et simultanés



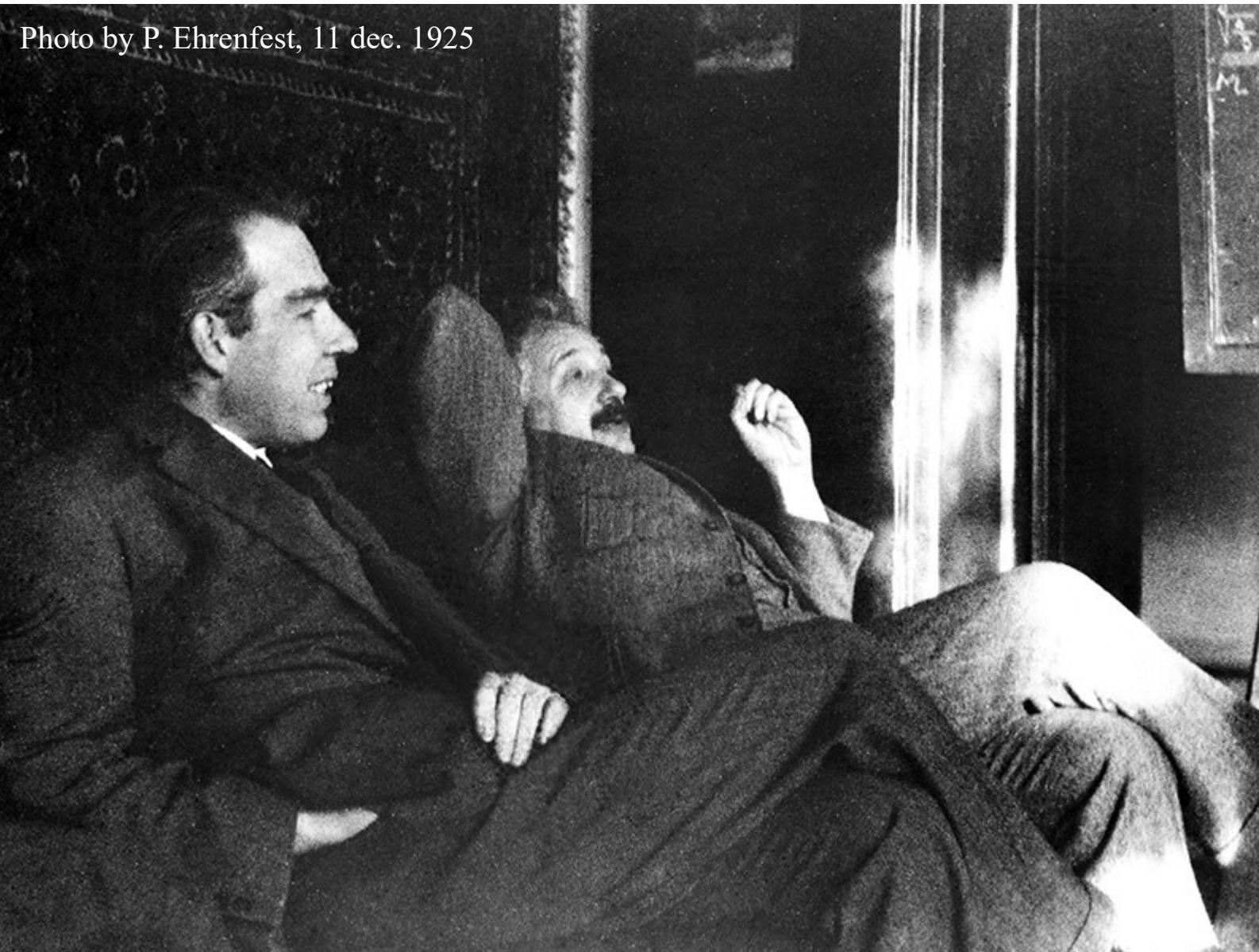
??? Quelle explication ???

→ Chapitre 10





Uderzo: Cetautomatix / Ordralfabetix



Vision déterministe (Einstein):

(théorie de l'onde pilote et du potentiel quantique, De Broglie, Bohm)

God does not throw dice

- Avant la mesure, la particule est déjà déterminée mais elle nous est encore inconnue.
- La mesure nous révèle certaines de ses caractéristiques déterminées à l'avance.

Vision «probabiliste» (Bohr):

Stop telling God what to do

- Avant la mesure le système physique n'est constitué que d'ondes de probabilités et la notion de particule n'a pas de sens.
- La mesure seule donne un sens à la notion de photon qui n'existe qu'une fois la mesure effectuée.

Avant la mesure la lumière est une onde de probabilité décrite par une fonction d'onde: une superposition d'états (un «paquet d'ondes»).

Son intensité (carré de sa norme) donne la probabilité de détecter un photon en un point de l'espace

Lorsqu'elle interagit avec la matière, l'onde lumineuse «collapse» et se projette sur un mode propre du détecteur («photon»).

Le chat de Schroedinger: une superposition quantique

Mécanique Classique

1 : Le chat est mis dans la boîte



2 : Le temps passe

Le chat est



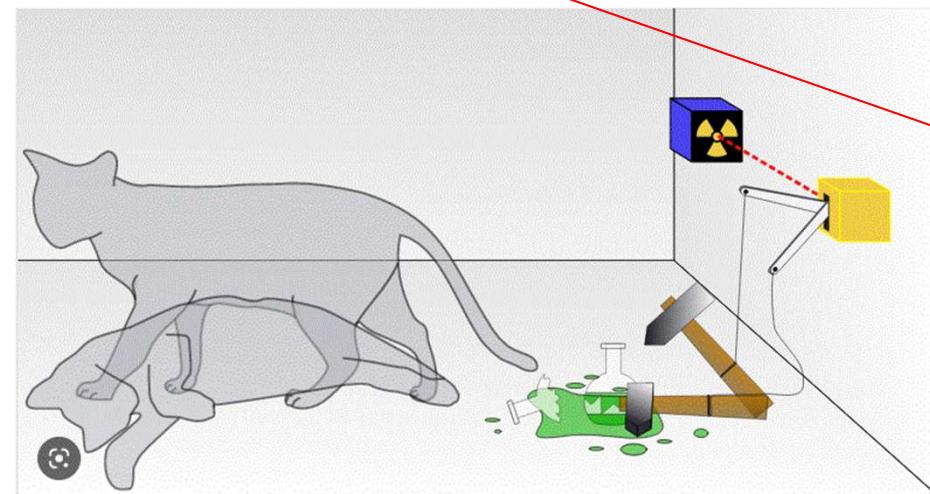
vivant

OU



mort

Superposition quantique



Mécanique Quantique

1 : Le chat est mis dans la boîte



2 : Le temps passe

Le chat est



incertitude
quantique

principe de
superposition

mort ET vivant



3 : Un observateur ouvre la boîte

Le chat est



vivant



mort

L'observateur fixe l'état du chat

La lumière se propage comme une onde

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Fréquence de l'onde
Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»

**La lumière interagit comme une particule
(«le photon»)**

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$$

Energie de la particule
Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»

Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Fréquence de l'onde

Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \\ \omega \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$$

Energie de la particule

Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»



Paramètres d'une onde:

$$\begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Fréquence de l'onde

Vecteur d'onde

«quadri-vecteur»



Nobel 1918

Relation de Planck

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Paramètres d'une particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$$

Energie de la particule

Impulsion de la particule

«quadri-vecteur»



Relation de De Broglie



Nobel 1929

Effet Compton

Choc photon - électron

a) Conservation de l'impulsion en x

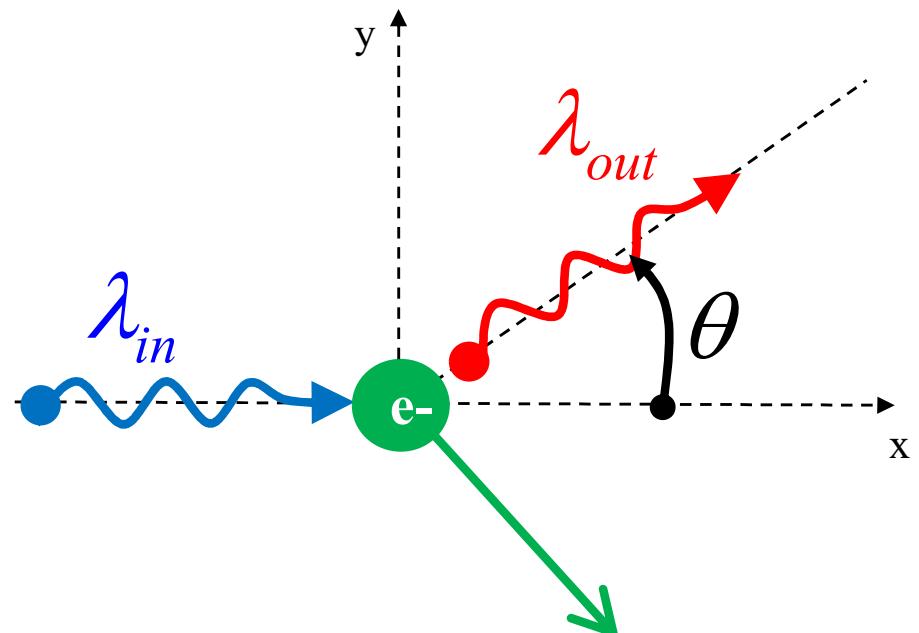
$$P_{in} - P_{out} \cos(\theta) = \Delta P_x$$

b) Conservation de l'impulsion en y

$$P_{out} \sin(\theta) = \Delta P_y$$

c) Conservation de l'énergie relativiste

$$c \cdot P_{in} + m_e c^2 = c \cdot P_{out} + \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 (\Delta P_x^2 + \Delta P_y^2)}$$

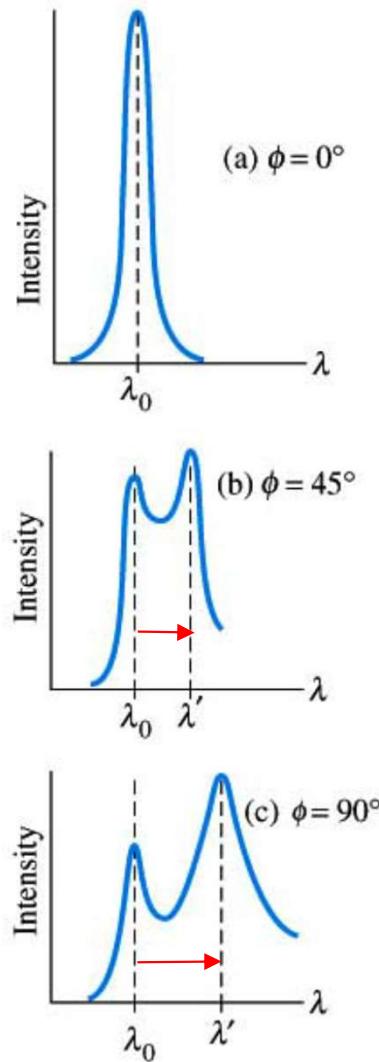


$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$

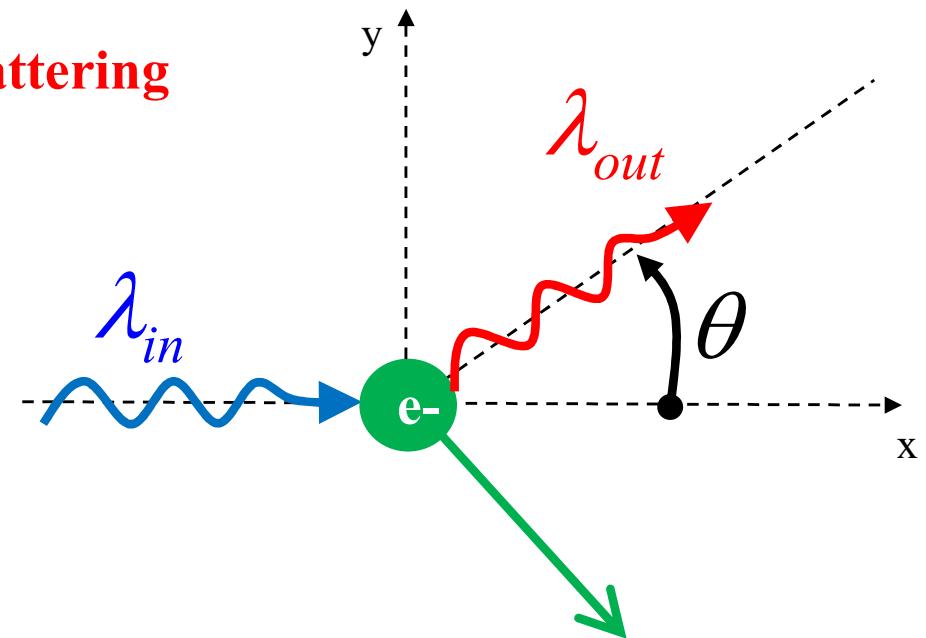


Arthur Compton, Nobel 1927

Effet Compton



L'énergie du photon diffusé dépend de l'angle de scattering



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$

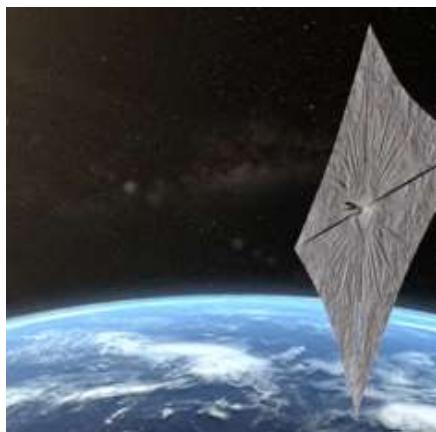
Voile solaire



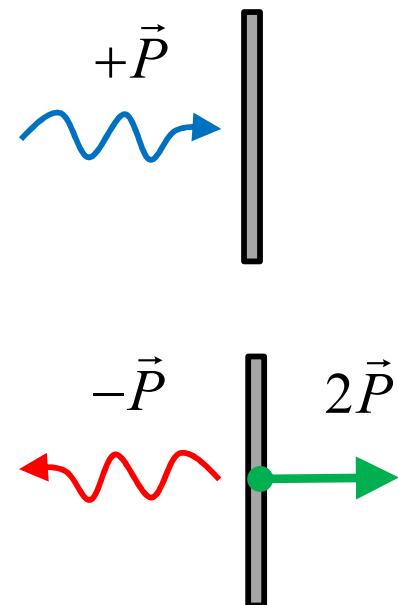
- Photons
- Vent solaire

Question de réflexion

La voile a gagné en énergie !
D'où provient cette énergie



Réflexion sur un miroir ?



Compton

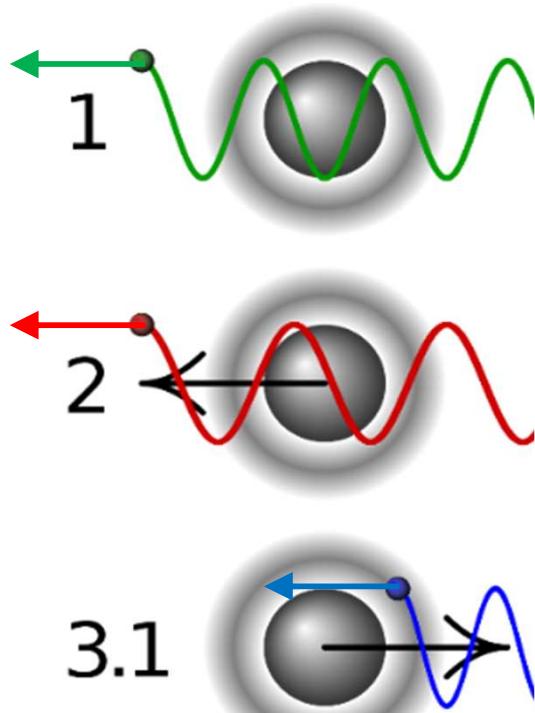
$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos(\theta))$$



$$\lambda_{out} - \lambda_{in} = \frac{h}{M \cdot c} \cdot 2$$



Cohen-Tannoudji, Chu et Phillips. Nobel 1997

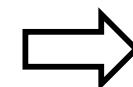
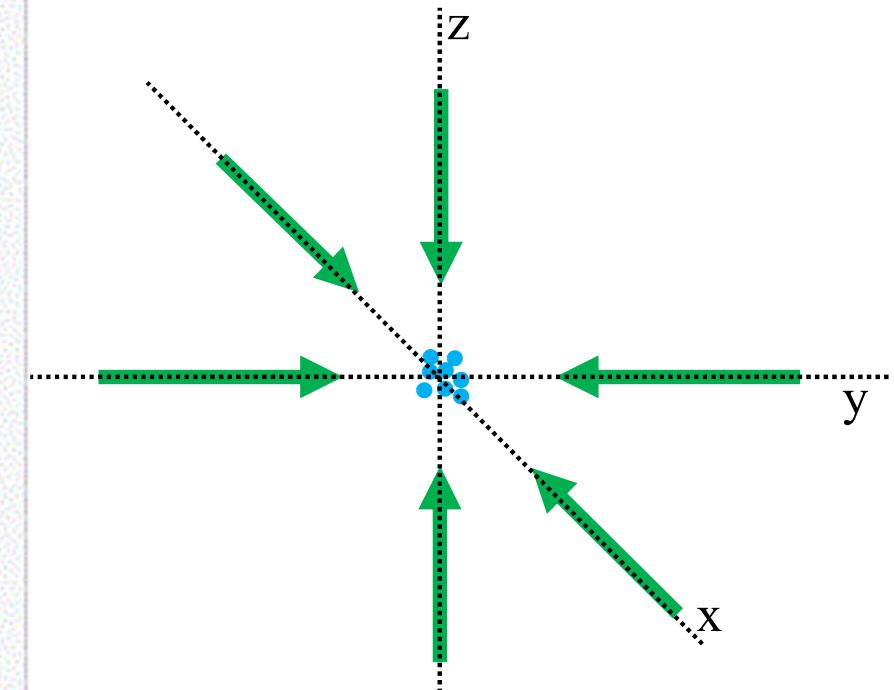


Principe du refroidissement

Doppler d'un atome:

- 1 Atome immobile: le photon incident a une fréquence plus faible que celle de la transition électronique, pas d'absorption.
- 2 Atome allant dans le même sens que le photon incident: la fréquence de ce dernier apparaît encore plus décalée vers le rouge, pas d'absorption du photon.
- 3.1 Atome allant dans le sens opposé à celui du photon incident: ce dernier a une fréquence *décalée vers le bleu*, plus proche de la fréquence de résonance, l'absorption du photon devient possible.

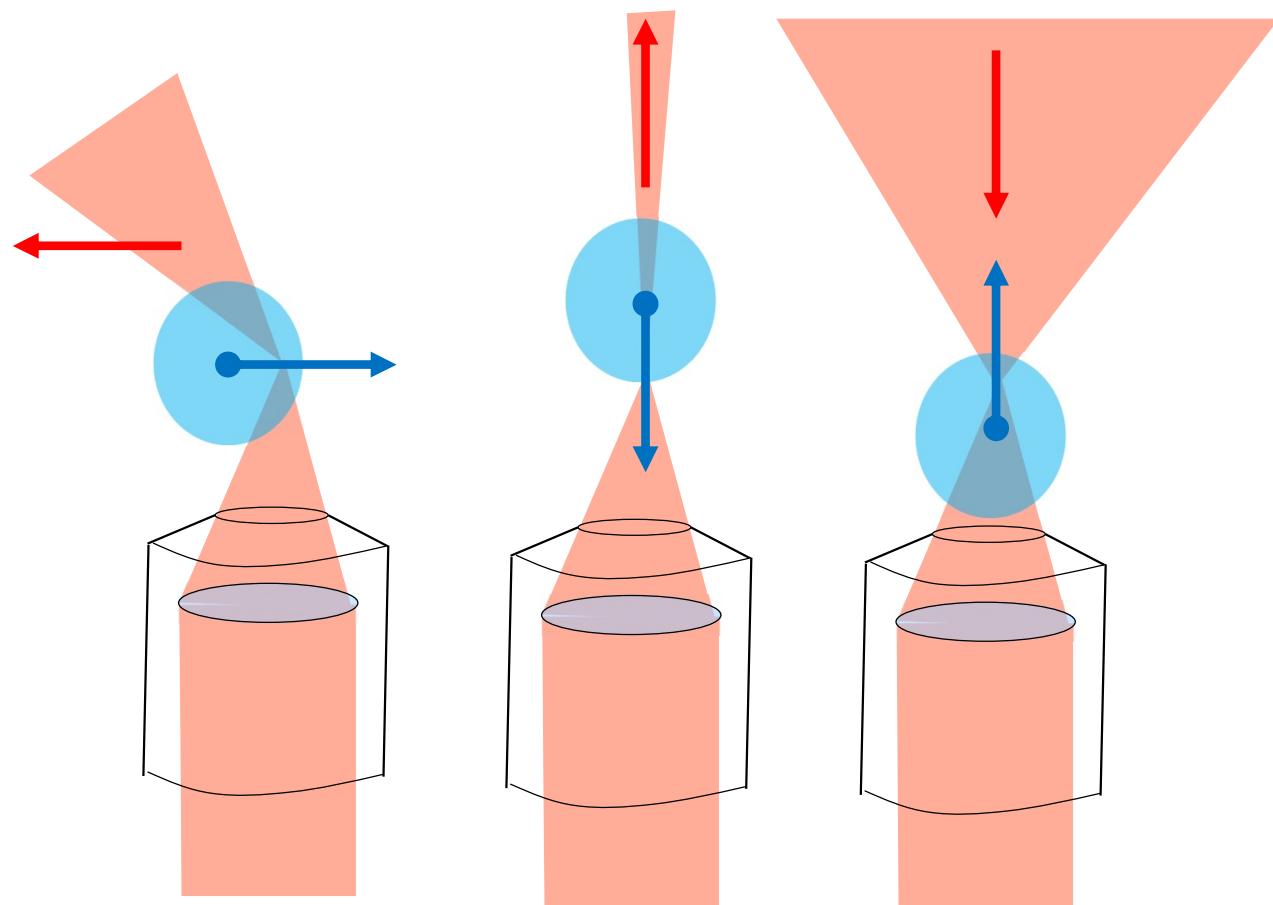
Atom trapping en 3D



Horloge atomique

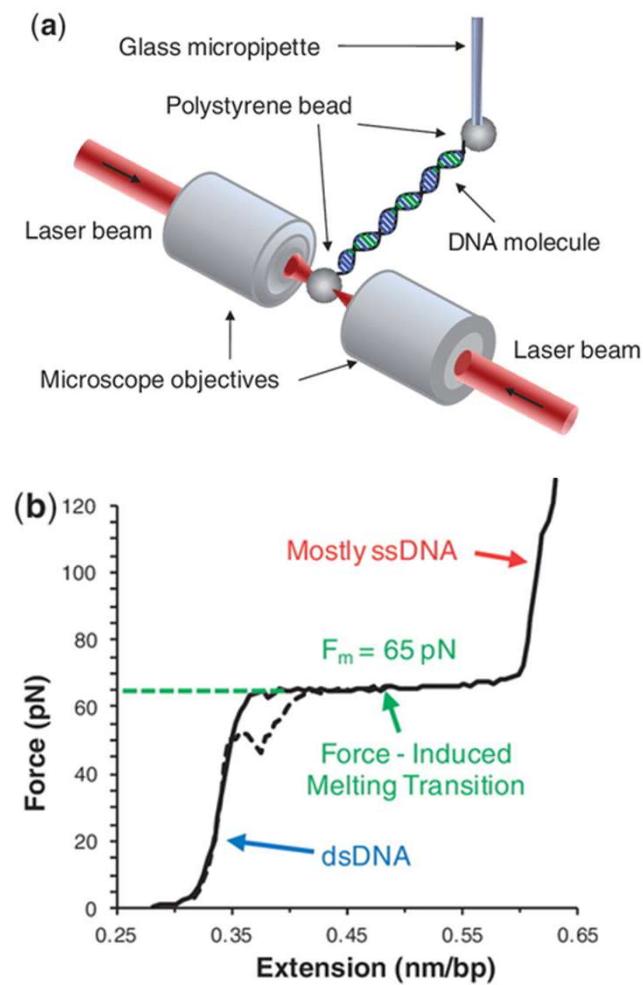
https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_Doppler

Principe: conservation de l'impulsion



La bille diélectrique est repoussée vers le point focal

Recherche sur l'ADN



Nucleic Acids Research, 2012, Vol. 40, No. 11 4925–4932

Amplitude:

$$\mu(\vec{x}, t)$$

$$\begin{aligned} & E_x, E_y, E_z \\ & D_x, D_y, D_z \\ \mu = & B_x, B_y, B_z \\ & H_x, H_y, H_z \\ & \varphi, A_x, A_y, A_z \end{aligned}$$

Relation de dispersion:

$$E^2 = c^2 \cdot (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$$

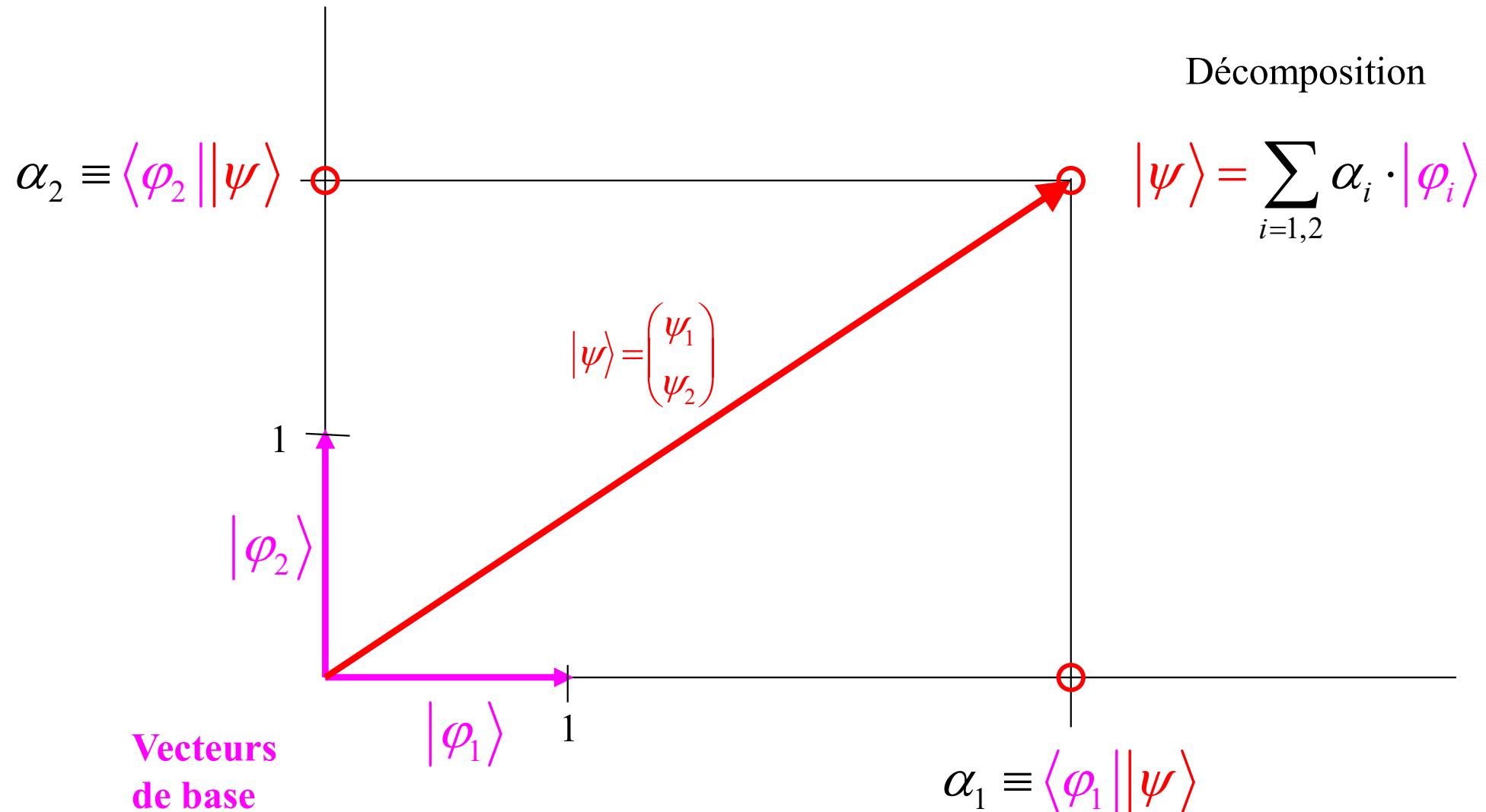
Equation d'onde de Maxwell:

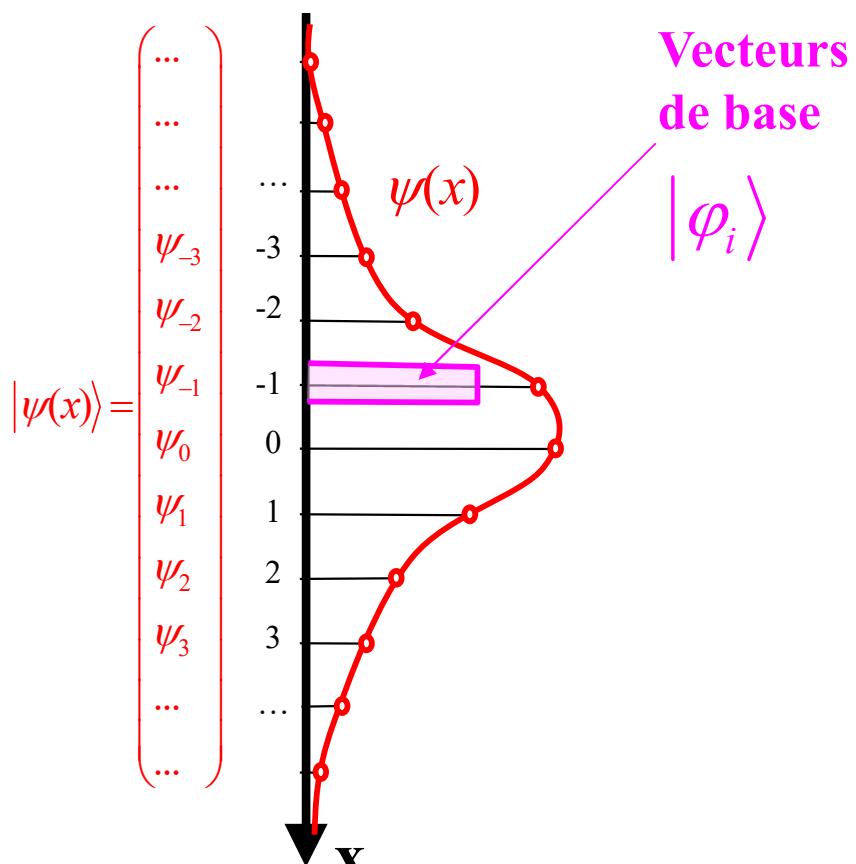
$$\frac{\partial^2}{\partial(ct)^2} \mu = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mu$$

Paramètres onde-particule:

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix} = \hbar \cdot \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

Superpositions et Transformée de Fourier





$i = -n, \dots, +n$

Produit scalaire:

$$\alpha_i \equiv \langle \varphi_i | \psi \rangle = \int \varphi_i^*(x) \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Conjugué complexe

Décomposition

$$|\psi\rangle = \sum_{i=-n}^{+n} \alpha_i \cdot |\varphi_i\rangle$$

Propagation d'un signal optique «paquet d'ondes gaussiennes»

et

incertitudes «minimales»

- 1) Déterminer les modes globaux normés du système et leurs fréquences ω_n (énergies E_n)**
- 2) Projeter le mode d'entrée (au temps $t=0$) sur ces modes globaux (produit scalaire entre le mode d'entrée et chaque mode global)**
- 3) Propager chaque mode global dans le temps $t>0$ avec sa fréquence propre ω_n**
- 4) Additionner (laisser interférer) tous les modes propres après leur propagation.**

Signal dans le vide: Modes globaux = modes de Fourier

Modes de Fourier:

$$|\varphi_n\rangle \cong e^{iK_n x}$$

Coefficients de Fourier:

$$\alpha_{K_n} \equiv \langle \varphi_n | |\psi\rangle \cong \int e^{-iK_n x} \cdot \psi(x) \cdot dx$$

Transformée
de Fourier

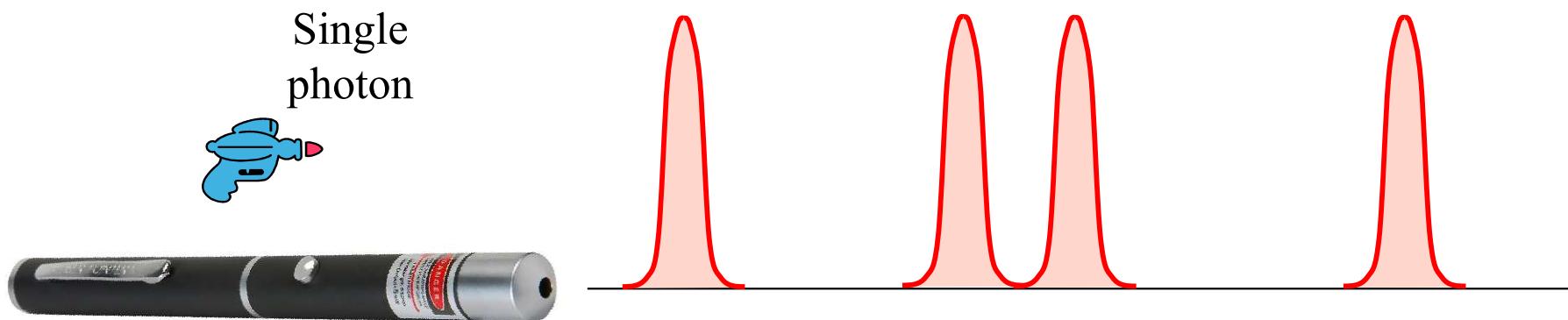


$$|\psi\rangle = \sum_n \alpha_{K_n} \cdot |\varphi_n\rangle$$

Transformée
de Fourier inverse

$$|\psi\rangle \cong \int_K \alpha_K \cdot e^{iKx} \cdot dK$$

Paquet d'ondes : «bit optique» dans le vide



λ_0

Porteuse

$$\lambda = 600 \text{ nm} \cdots \text{(rouge)} \Rightarrow \nu \cong 500 \text{ THz}$$

Amplitude en $t=0$

$$u_0(x, 0) = \left(\frac{1}{\pi \cdot \sigma^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0 x}$$

Enveloppe

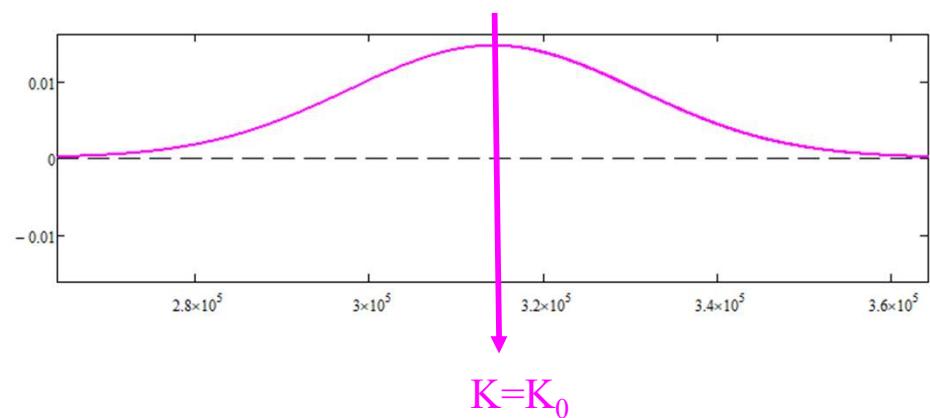
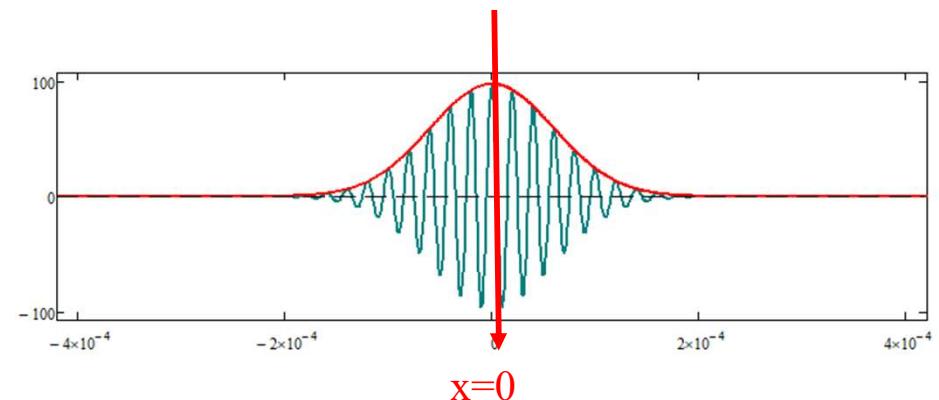
Porteuse

1-2) Transformée de Fourier en $t=0$

$$\alpha(K, 0) = (4\pi\sigma^2)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(K-K_0)^2}{2}}$$

Variance en x : $\sigma_x^2 = \sigma^2$

Variance en K : $\sigma_K^2 = 1/\sigma^2$



3) Propagation dans l'espace de Fourier

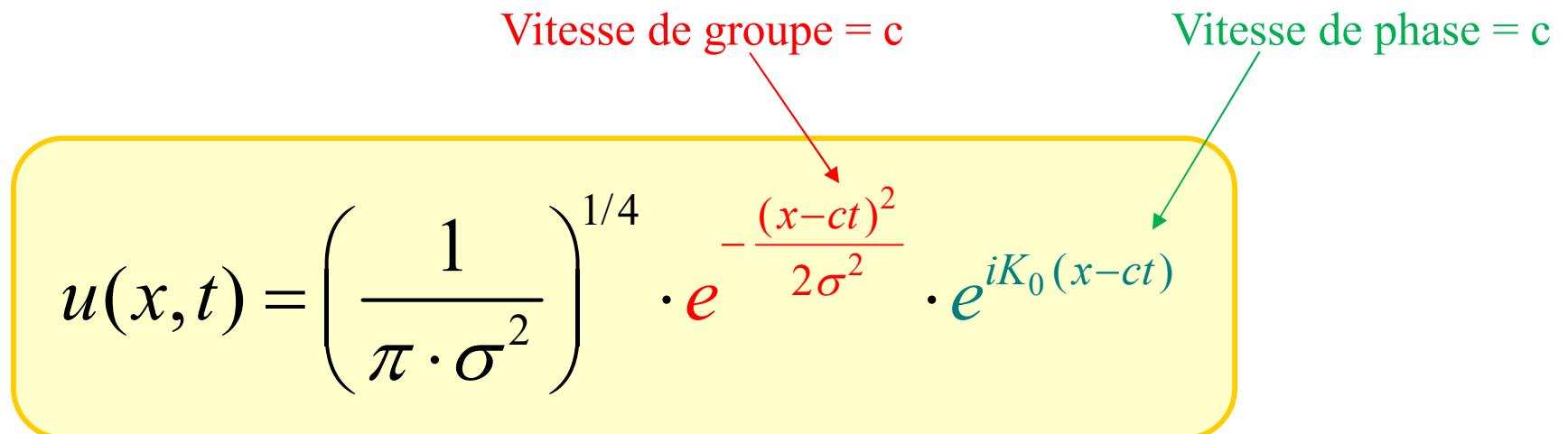
$$\alpha(K, t) = (4\pi\sigma^2)^{1/4} \cdot e^{-\frac{\sigma^2(K-K_0)^2}{2}} \cdot e^{-i\omega t} \quad \text{avec} \quad \omega = K \cdot c$$

Propagation

4) Retour dans l'espace x par transformée de Fourier inverse:

Vitesse de groupe = c

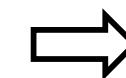
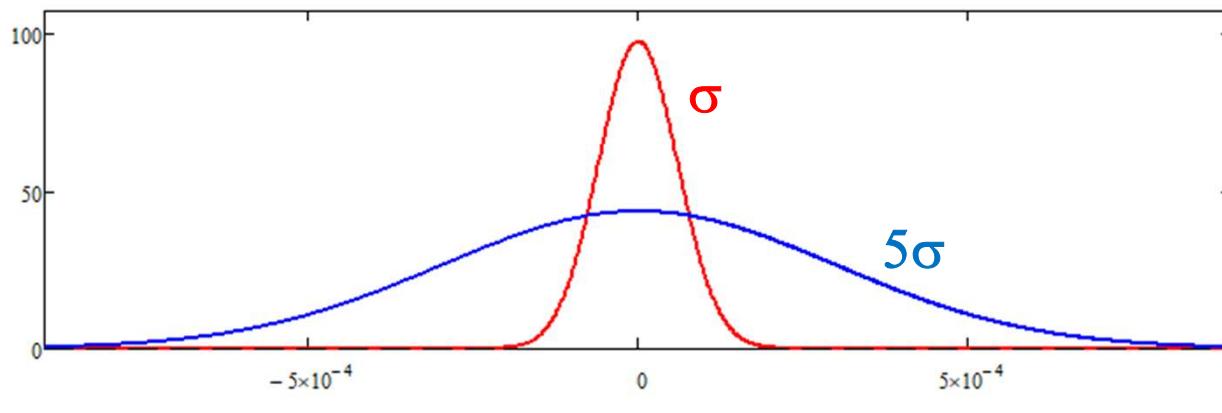
Vitesse de phase = c



$$u(x, t) = \left(\frac{1}{\pi \cdot \sigma^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{(x-ct)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{iK_0(x-ct)}$$

Variance
en x:

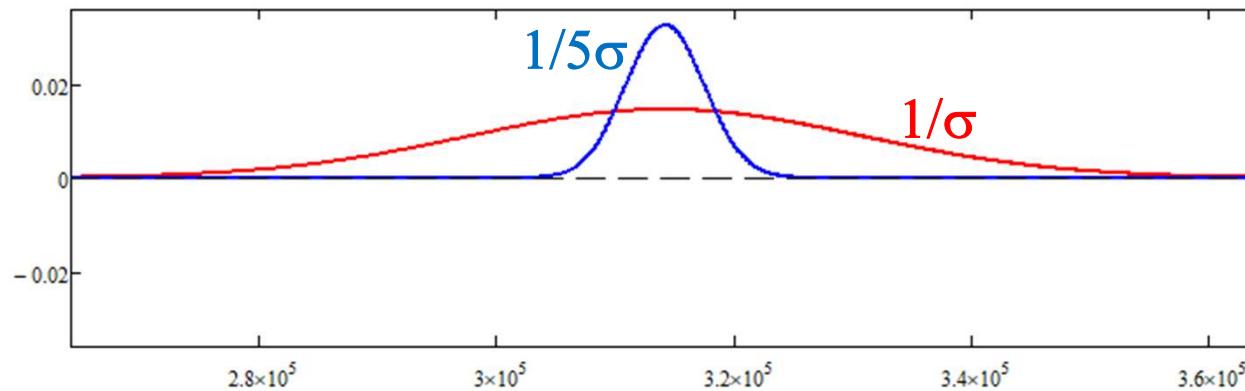
$$\sigma_x^2 = \sigma^2$$



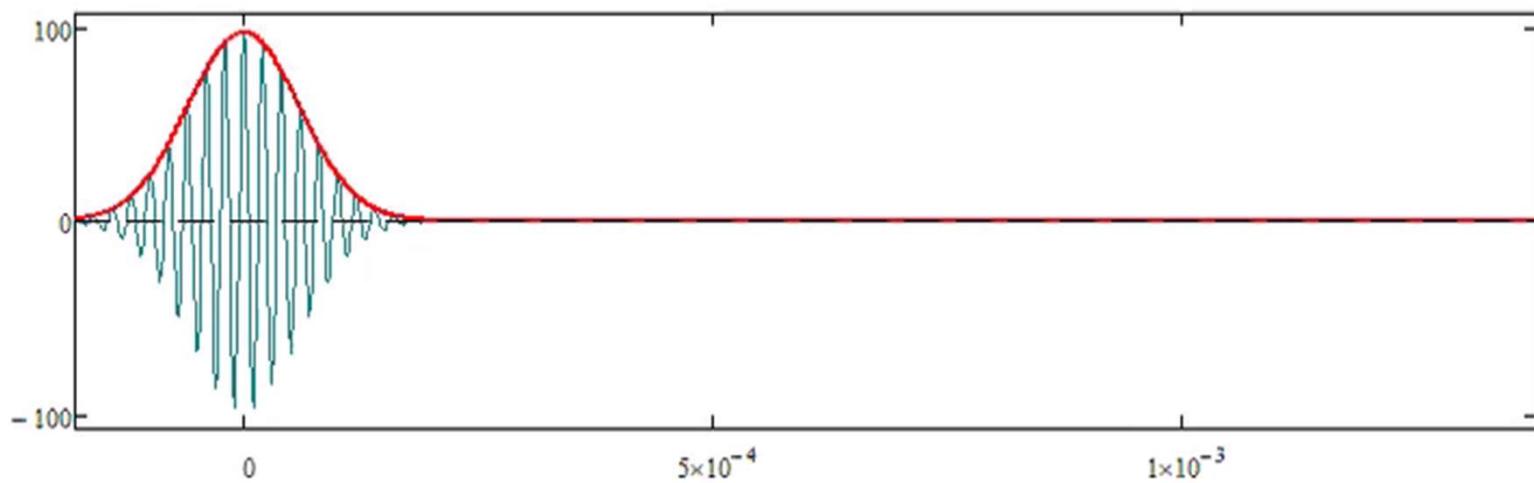
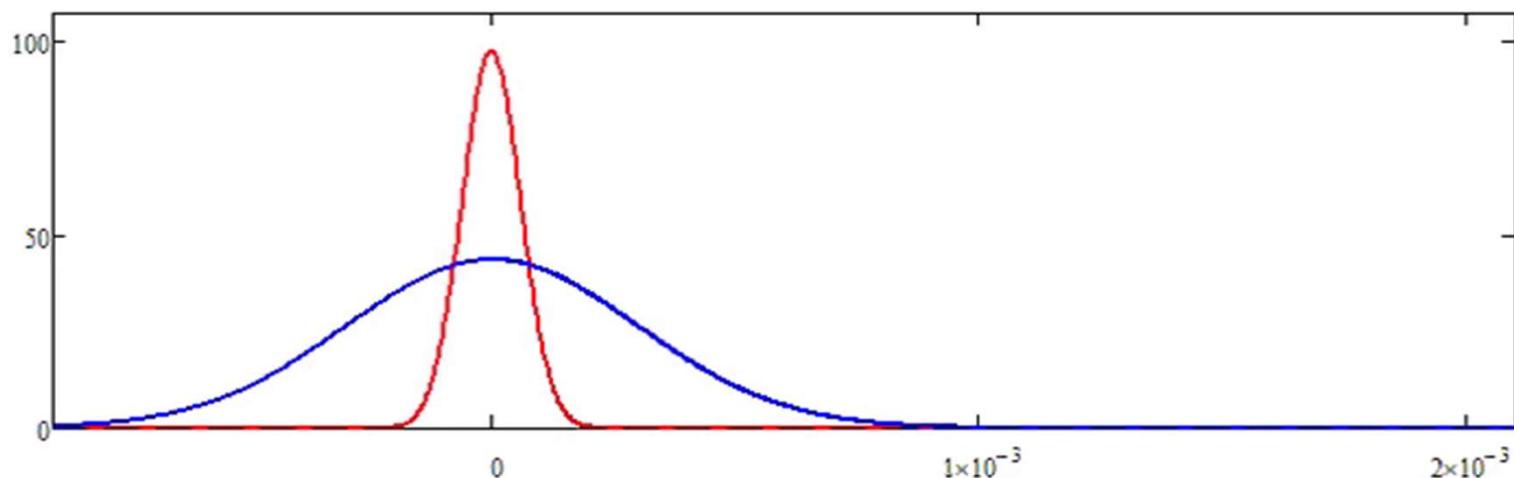
$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

Variance
en K:

$$\sigma_K^2 = 1 / \sigma^2$$



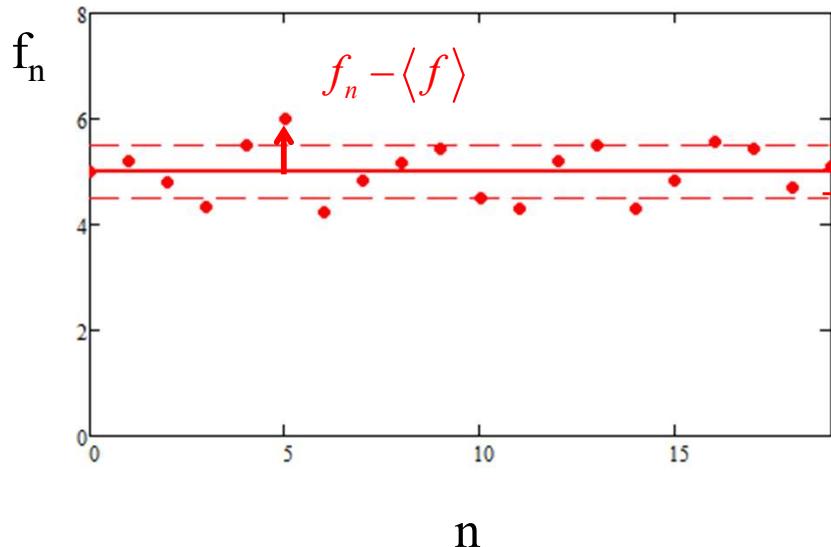
Propagation du bit optique



Rappel de math: Moyenne, variance et écart type

$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_n f_n$$

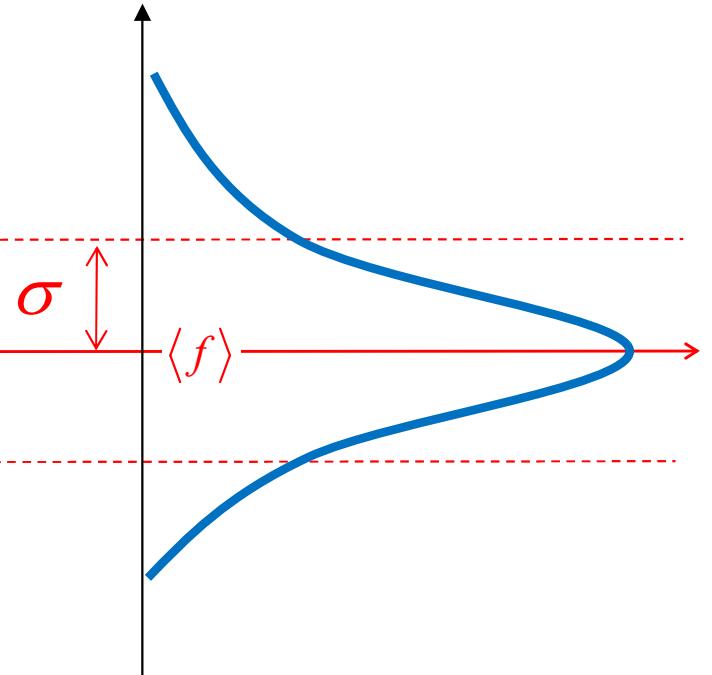
Ecarts: $E_n \equiv f_n - \langle f \rangle$



Variance: $\sigma^2 \equiv \langle E_n^2 \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_n (f_n - \langle f \rangle)^2$

$$= \langle (f_n - \langle f \rangle)^2 \rangle = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2$$

Ecart type: σ



Moyenne:

$$\langle x \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot \textcolor{red}{x} \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

Second moment:

$$\langle x^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot \textcolor{red}{x}^2 \cdot u(x) \cdot dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) \cdot u(x) \cdot dx}$$

Variance:

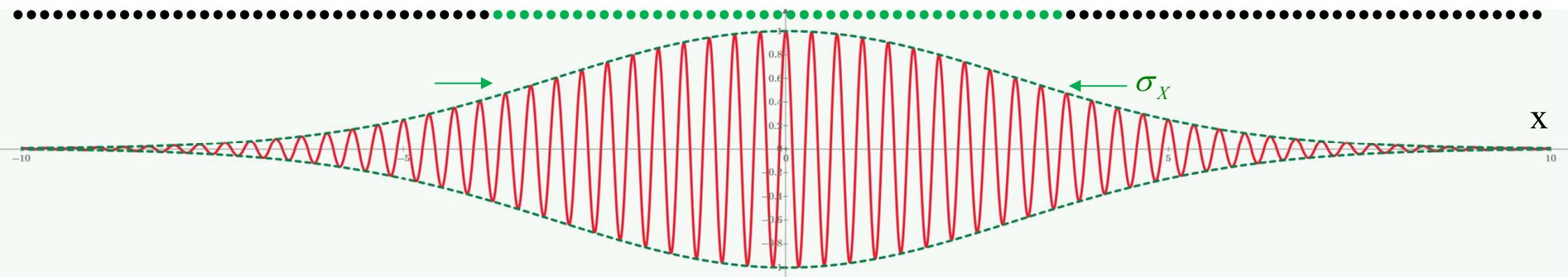
$$\Delta x^2 \equiv \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\langle K \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \textcolor{red}{K} \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

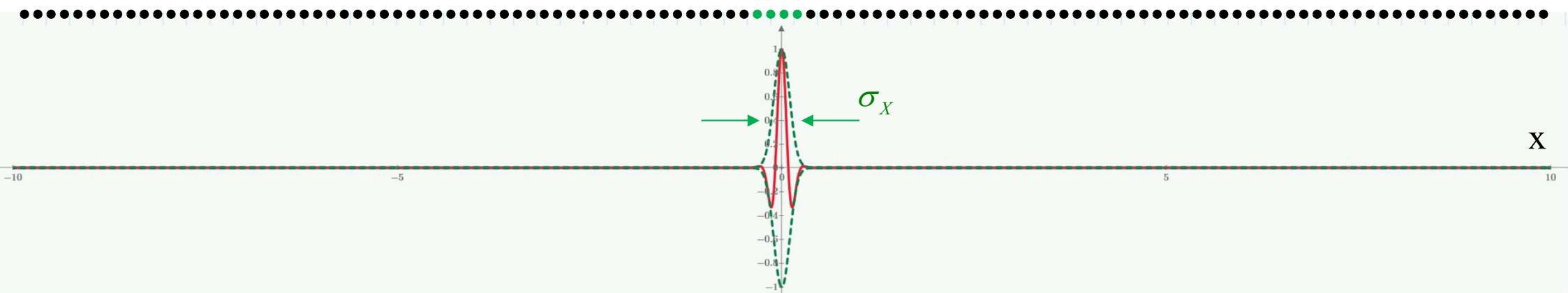
$$\langle K^2 \rangle \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \textcolor{red}{K}^2 \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}^*(K) \cdot \tilde{u}(K) \cdot dK}$$

$$\Delta K^2 \equiv \langle K^2 \rangle - \langle K \rangle^2$$

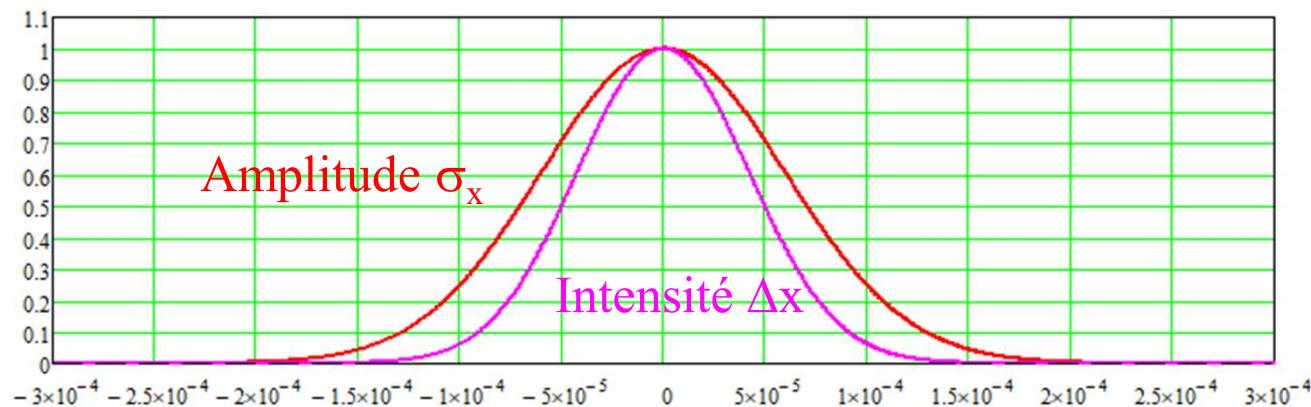
Incertitudes de Fourier: explication heuristique



$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

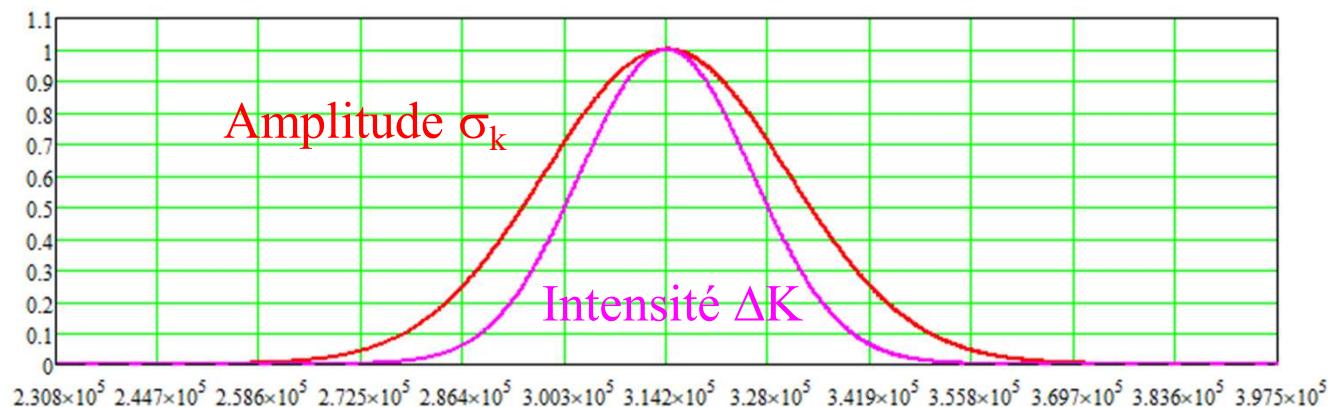


Espace X



$$\sigma_x \cdot \sigma_K = 1$$

Espace K



$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

Relation d'incertitudes **sur les intensités !!:**

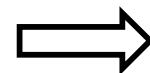
$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

Fonctions Gaussiennes

Fourier

$$\Delta x \cdot \Delta K = \frac{1}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta \omega = \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta E = \frac{\hbar}{2}$$

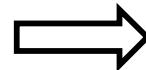
Fonctions Gaussiennes



Relation d'incertitudes **sur les intensités !!**

Fourier

$$\Delta x \cdot \Delta K \geq \frac{1}{2}$$



Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$$

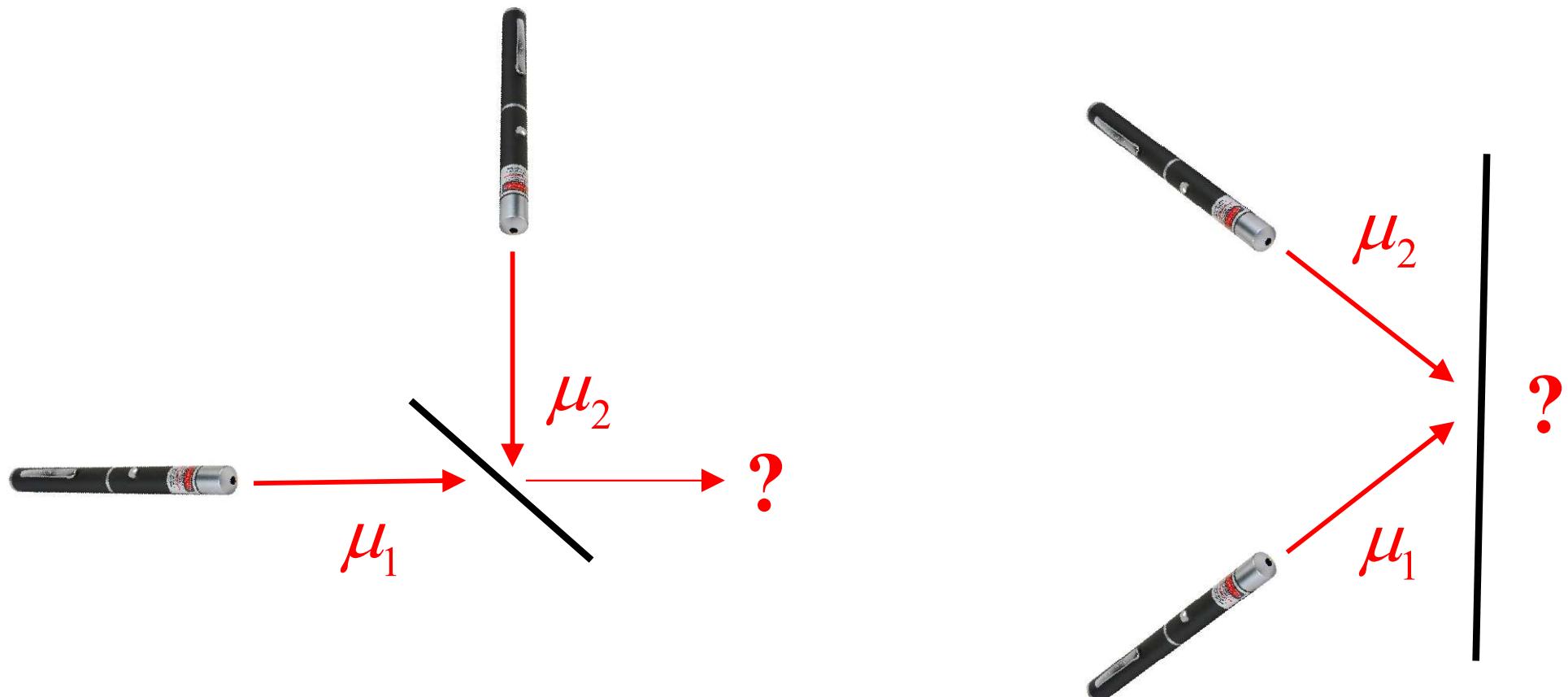
$$\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

Cohérence

ou

incohérence des ondes

Mélange de deux ondes lumineuses



Amplitudes:

$$\mu_{tot} = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{Cohérents}$$

Intensité:

Interférences

$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 + 2|\mu_1||\mu_2|\cos(\Delta\varphi)$$

Incohérents

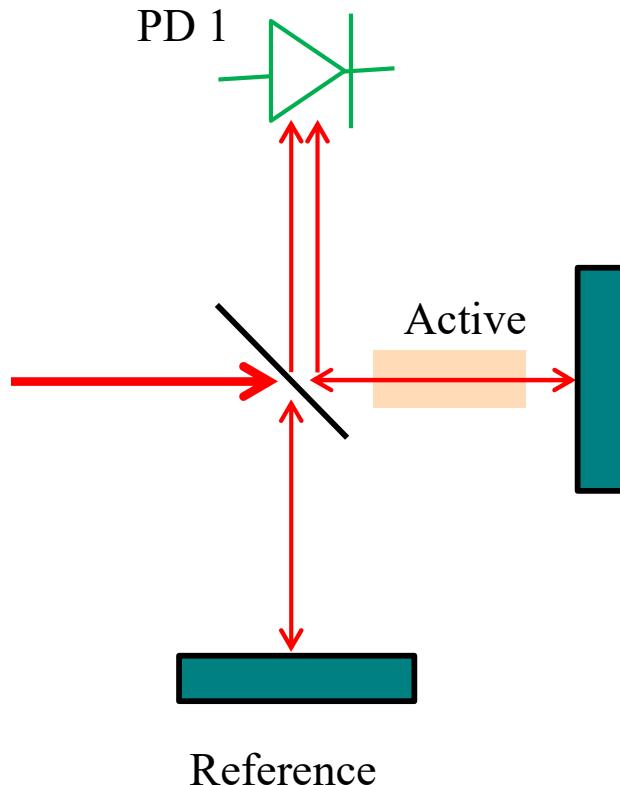
Intensité:

Sans interférences

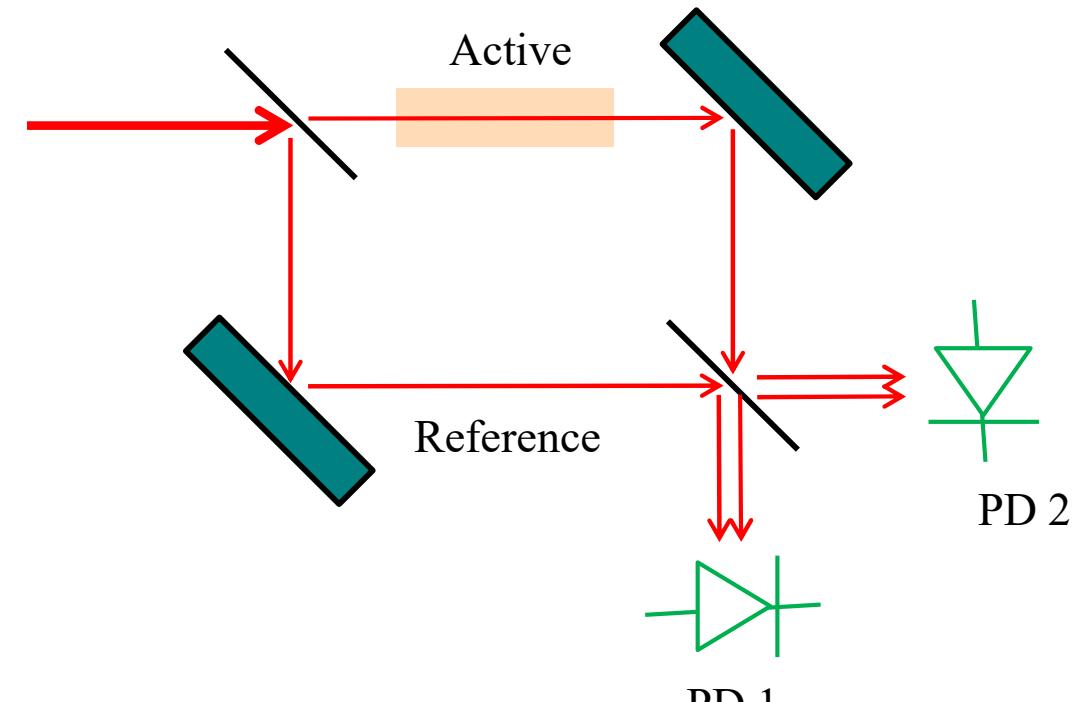
$$I_{tot} = |\mu_{tot}|^2 = |\mu_1 + \mu_2|^2 = |\mu_1|^2 + |\mu_2|^2 = I_1 + I_2$$

Very long coherence length

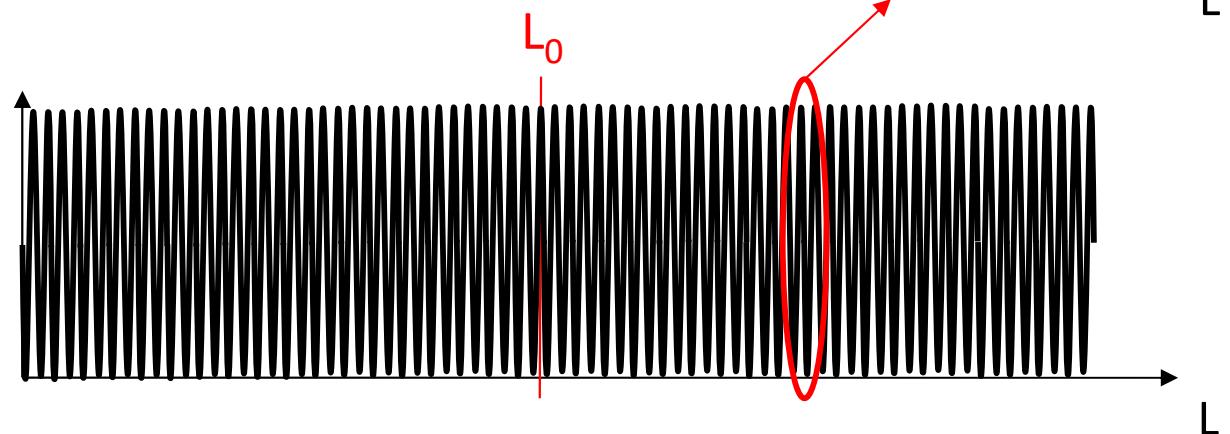
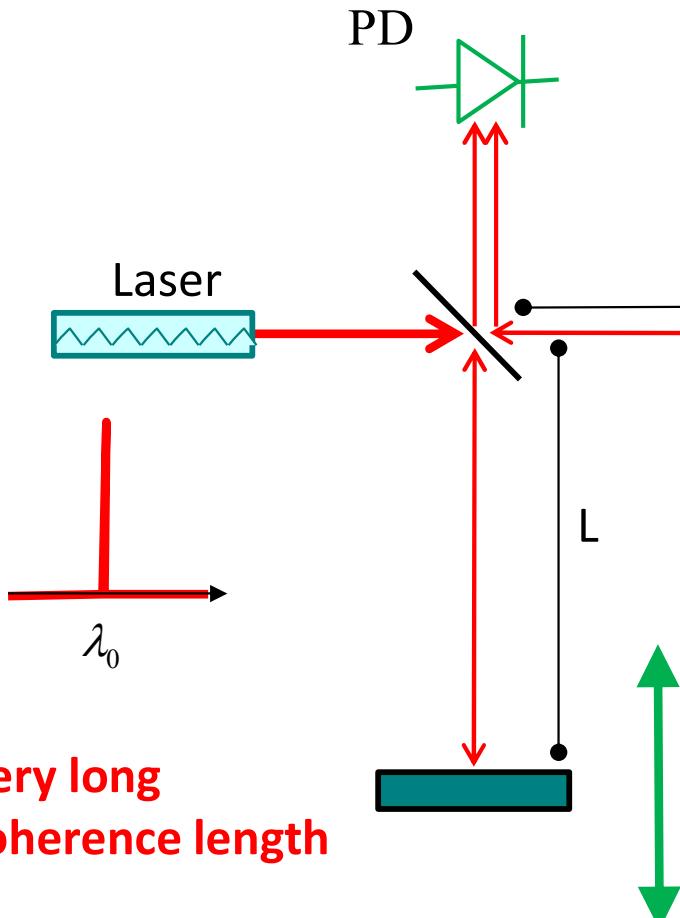
Michelson



Mach-Zehnder

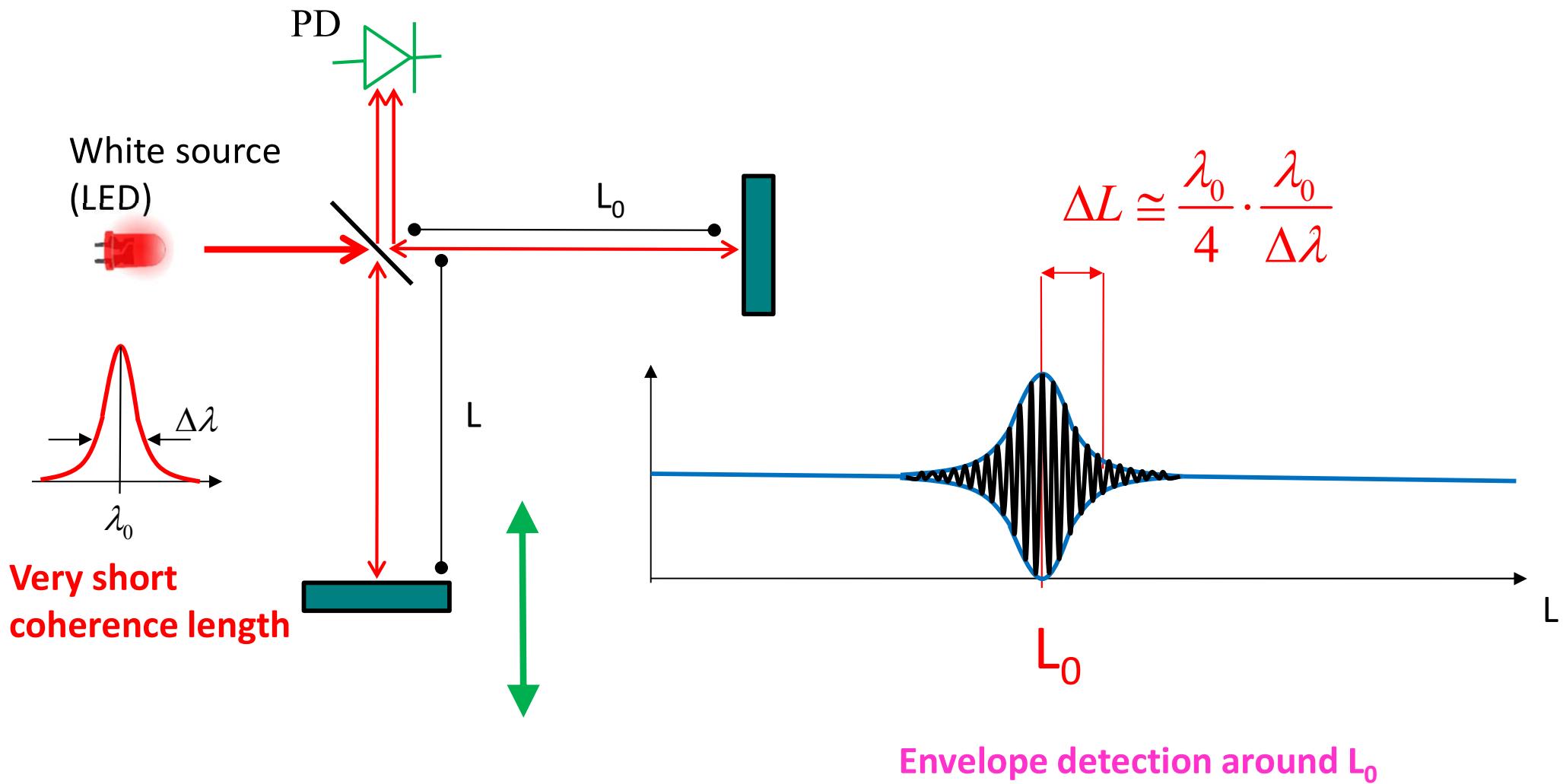


“Homodyne”



- Counting of interference fringes
- High resolution in a single fringe

Optical Coherence Tomography (OCT)



Temps de cohérence:

Temps nécessaire pour «perdre» la relation de phase entre les deux ondes lumineuses qui interfèrent

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta\lambda}$$

Longueur de cohérence:

Distance parcourue par la lumière durant le temps de cohérence

$$L_c = c \cdot \tau_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Exercice 1.1: optical tweezer

**Estimez l'intensité optique minimale
permettant de soulever la bille.**

Diamètre

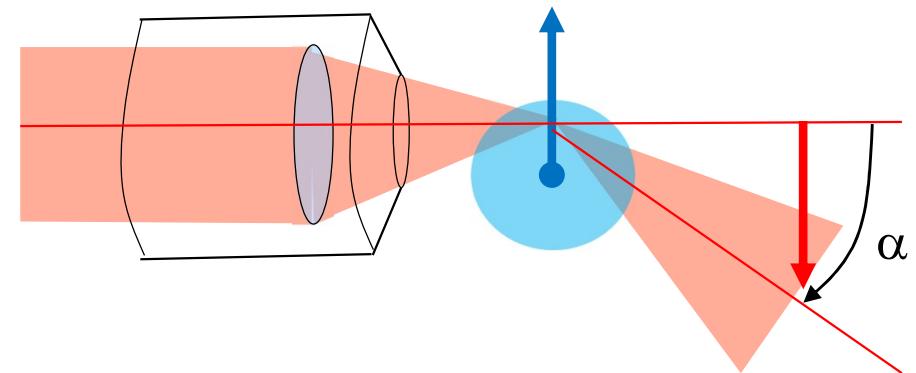
Densité

Angle de déflection

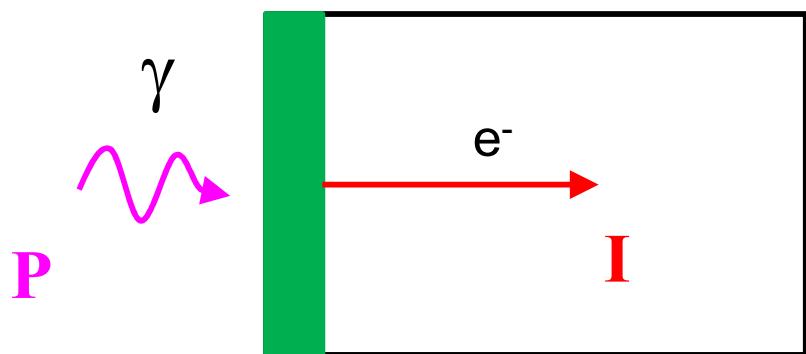
$D=2.5\text{ }\mu\text{m}$

$\rho=10^3\text{ Kg/m}^3$

$\alpha=10^\circ$



Exercice 1.2: PMT et photo-émission



On envoie $P=1$ mW de lumière sur une plaque de métal (fonction d'extraction $\phi_m=1.35$ eV). Seulement 25% des photons sont convertis en électrons si leur énergie est suffisante.

Calculez le courant I récolté en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

Exercice 1.3: Beam splitter: Single photon

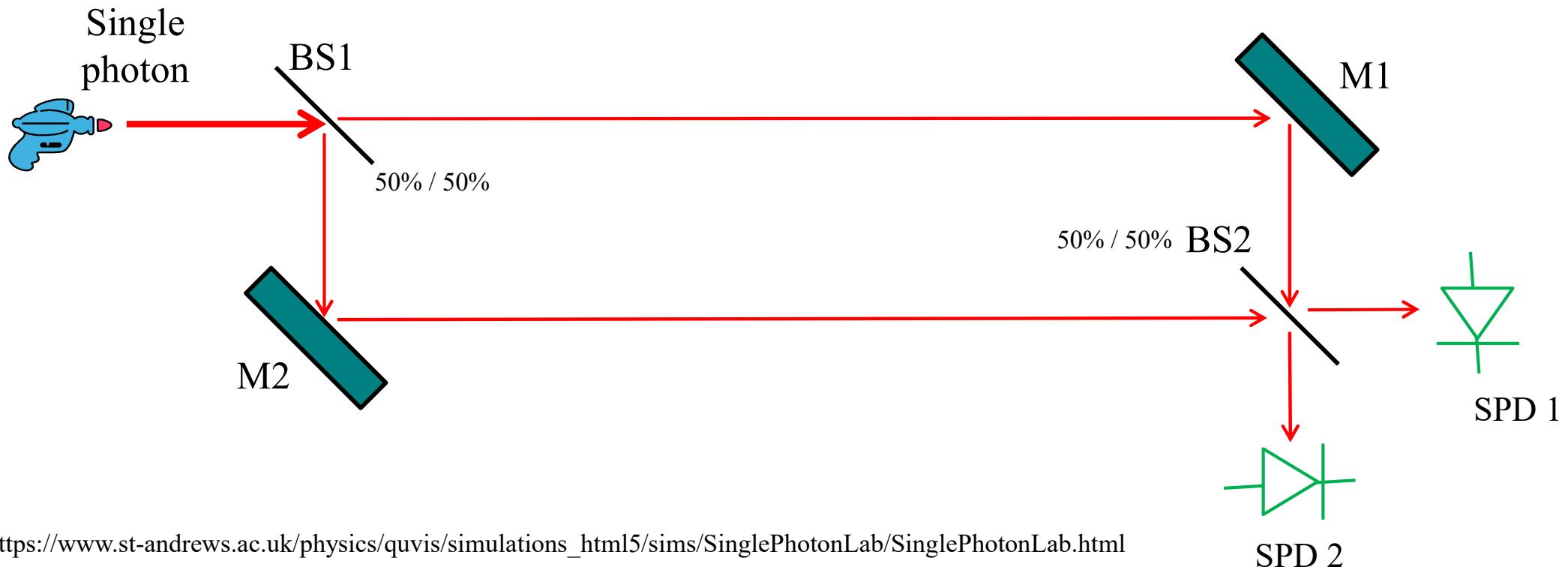


https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/simulations_html5/sims/SinglePhotonLab/SinglePhotonLab.html

Avec une émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité :

- de déclencher SPD3
- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement

Exercice 1.4: Mach Zehnder interferometer: Single photon



Avec un interféromètre totalement symétrique et l'émission d'un seul photon à la fois, quelle est la probabilité:

- de déclencher à la fois SPD1 et SPD2
- de déclencher SPD1 uniquement
- de déclencher SPD2 uniquement